Remise à niveau

Inéquations

Symboles

Voici venir quatre symboles (mais vous les connaissez déjà) : $<$, $\leqslant$, $>$ et $\geqslant$ qui se prononce respectivement strictement plus petit (ou juste plus petit), plus petit ou égale, strictement plus grand (ou juste plus grand) et plus grand où égale.

Ces symboles servent à comparer les nombres réels : 3 est plus grand que 1. Comme c'est trop facile à comprendre pour le commun des mortels, on brouille la lecture de cette phrase en écrivant $3 > 1$. D'ailleurs 1 est plus petit que 3, en brouillé ça fait $1 < 3$. Tiens on a aussi que 1 et plus petit ou égale à 3 (si si, puisqu'il est écrit plus petit <u>ou</u> égale) donc $1 \leqslant 3$.

Infinis

Lorsqu'on travail avec les nombres réel, il est d'accoutumé de les voir sur une droite. On parle d'ailleurs de l'axe des nombres réel. Comme n'importe quelle droite elle est *infini*, c'est à dire elle n'a pas de fin. C'est même pire elle n'a pas de début. On a deux infini : l'infini du début des nombres et l'infini de la fin des nombres.

Puisque les nombres réels sont rangés du plus petit au plus grand, l'infini du début, le plus petit des nombres est noté $-\infty$ (prononcé moins l'infini) et le plus grand de tous les nombres réels est noté $+\infty$ (prononcé plus l'infini). Ce drôle de petit symbole pour symboliser l'infini est bien un 8 couché.

Symbole... encore, mais au singulier !

Pour pouvoir aller un peu plus loin dans le formalisme mathématiques nous allons avoir besoin d'un symbole. Il s'agit de $\in$. Dès que vous rencontrez ce *e* rond, il vous faut prononcer *appartenant à* ou *appartient à* ou plus vulgairement *dans*.

Ainsi écrire $\sqrt{\dfrac{-1}{3-2019}} \in \mathbb{R}$ reviens à lire *l'opposé de la racine carré de l'inverse de la différence de* 3 *par* 2019 *est dans l'ensemble des nombres réels.* Avouez qu'il est quand même plus confortable d'écrire $\sqrt{\dfrac{-1}{3-2019}} \in \mathbb{R}$

Intervalles

Maintenant que nous avons plein d'outils mathématiques, nous pouvons parler d'intervalles.

Les intervalles permettent de préciser des morceaux de l'axe des nombres réels. Introduisons cette notion sur un exemple : l'intervalle $[2;3]$ représente tous les nombres réels compris entre 2 et 3.

N'importe quel nombre, appelons x ce *n'importe quel nombre* ; donc n'importe quel nombre x dans l'intervalle $[2;3]$ est plus petit ou égale à 3 mais aussi supérieur ou égale à 2. Qu'est-ce que c'est long tout ce charabia. Écrivons cela avec nos nouveaux super pouvoir... pardon ; notations, nos nouvelles notations : dire que $x \in [2;3]$ reviens à dire que $x \leqslant 3$ et $x \geqslant 2$. On peut d'ailleurs faire plus condensé pour rendre tout cela encore plus savant : $2 \leqslant x \leqslant 3$. Jusque là pas de problème non ! ?

Dire $\sqrt{123} \in \left[\dfrac{1}{10^{-1}};12\right]$ (n'ayez pas peur !) reviens exactement à dire $\dfrac{1}{10^{-1}} \leqslant \sqrt{123} \leqslant 12$.

Ça serait beau si ça s'arrêtait là mais malheureusement, ça se complique parce que comme nous l'avons vu, il y a des symboles pour dire *strictement* plus grand et *strictement* plus petit mais aussi les infinis.

Lorsque l'on a un [2 avec les crochets de l'intervalle dans le nombre alors cela signifie que l'on peut toucher le 2 (il est prit par le [). De la même manière dans la notation 17] le crochet de l'intervalle est dirigé vers le nombre pour signaler que l'on peut toucher le 17. A cela s'oppose des notations comme]2 où les crochets de l'intervalle ne sont pas dirigé vers le nombre. Cela traduit une inégalité large.

Ah oui ! Il est bien sûre impossible de toucher l'infini (dans notre monde pour l'instant, quand vous serez plus grand vous verrez que les mathématiciens ont transcendé la réalité, mais ça c'est complètement hors de propos). Donc des intervalles du genre $[2;+\infty]$ n'ont (pour le moment) aucun sens !

En résumé :

Intervalle	Inégalité
$x \in [2;3]$	$2 \leqslant x \leqslant 3$
$x \in]2;3]$	$2 < x \leqslant 3$
$x \in [2;3[$	$2 \leqslant x < 3$
$x \in]2;3[$	$2 < x < 3$
$x \in [2;+\infty[$	$x \geqslant 2$
$x \in]2;+\infty[$	$x > 2$
$x \in]-\infty;3]$	$x \leqslant 3$
$x \in]-\infty;3[$	$x < 3$
$x \in]-\infty;+\infty[$	$x \in \mathbb{R}$

L'union c'est un *OU*

Imaginons que l'on a un x qui se balade sur la droite des nombres réels et que nous savons que $x \leqslant 3$ ou $x > \sqrt{123}$. En français cela fait que le x doit être plus petit ou égale à 3 ou alors strictement plus grand que $\sqrt{123}$. Le premier intervalle est $]-\infty;3]$ et le second $]\sqrt{123};+\infty[$. Mais quel est l'intervalle traduisant une union ? Simplement $]-\infty;3]$ ou $]\sqrt{123};+\infty[$. Pour faire plus savant on utilise un symbole pour dire *OU*, c'est $\cup$ qu'il faut prononcer en général *union* (mais ce n'est pas faux de dire *OU* non plus) et on note alors $]-\infty;3]\cup]\sqrt{123};+\infty[$.

Il arrive parfois que l'on puisse simplifier des unions comme dans $[2;3] \cup \left]1;\frac{5}{2}\right] =]1;3]$.

Autre exemple : $[-1;+\infty[\cup]-\infty;1[=]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}$.

L'intersection c'est un *ET*

Imaginons que l'on a un x qui se balade sur la droite des nombres réels et que nous savons que $x \geqslant 3$ et $x < \sqrt{123}$. En français cela fait que le x doit être plus grand ou égale à 3 et strictement plus petit que $\sqrt{123}$. Le premier intervalle est $[3;+\infty[$ et le second $]-\infty;\sqrt{123}[$. Mais quel est cet intervalle ? Simplement $[3;+\infty[$ et $]-\infty;\sqrt{123}[$. Pour faire plus savant on utilise un symbole pour dire *ET*, c'est $\cap$ qu'il faut prononcer en général *inter* pour intersection (mais ce n'est pas faux de dire *ET* non plus) et on note alors $[3;+\infty[\cap]-\infty;\sqrt{123}[$.

Il arrive parfois que l'on puisse simplifier des intersections comme dans dans l'exemple précédent $[3;+\infty[\cap]-\infty;\sqrt{123}[=[3;\sqrt{123}[$

Autre exemple : $[2;3] \cap \left]1;\frac{5}{2}\right] = \left[2;\frac{3}{2}\right]$.

Il arrive qu'il n'y ai rien dans l'intersection comme dans l'exemple $[1;2[\cap[2;3]$. Pour dire *rien* en mathématiques on utilise le symbole de l'*ensemble vide* : $\varnothing$.

Ainsi on note $[1;2[\cap[2;3] = \varnothing$.

Vous avez dis "domaine de définition" ?

Lorsque l'on travail avec une expression littérale on ne peut pas donner à x n'importe quelle valeur. Comme dans l'expression $E(x) = \frac{1}{x}$, où l'on ne peut pas prendre $x = 0$ car il est interdit de diviser par 0. Autre exemple, dans l'expression $F(x) = \sqrt{x+1}$, il n'est pas possible de prendre $x = -10$ car nous n'avons pas le droit de mettre des nombre négatif sous la racine carrée (dans l'univers où l'on travail à savoir $\mathbb{R}$).

Toutes les valeurs possibles dans une expression littérale sont rangées dans une même boite que l'on appel *ensemble de définition*. Il n'y a pour l'instant que deux questions à se poser lorsque l'on est face à une expression littérale :

– Est-ce qu'il y a une fraction ? Si oui alors il faut s'interdire les valeurs de x qui pourraient faire apparaitre un zéros au dénominateur.
– Est-ce qu'il y a une racine carré ? Si oui alors il faut s'interdire les valeurs de x qui pourraient faire apparaitre des nombres négatifs sous la racine.

Prenons l'expression $E(x) = \dfrac{x^{4096} - \sqrt{2020}x^5 - 1}{x - 10}$. Pour que cette expression soit permise, il faut que $x - 10$ ne soit pas nule ce que l'on peut écrire $x - 10 \neq 0$ (ce nouveau symbole $\neq$ n'en est pas vaiment un, c'est pour dire *n'est pas égale à*. Lorsqu'on barre un symbole c'est pour dire qu'il n'est pas. Autre exemple : $x \notin [2; 3]$ pour dire que x n'appartient pas à l'intervalle $[2; 3]$). Pour faire plus simple et coïncider avec ce que nous avons vu, nous allons plutôt nous demander pour quelle valeur de x a-t-on $x - 10 = 0$. Cette équation a pour solution 10. En conclusion pour que l'expression $E(x) = \dfrac{x^{4096} - \sqrt{2020}x^5 - 1}{x - 10}$ ai un sens il faut que x évite le nombre 10 ce qui correspond à l'intervalle $]-\infty; 10[\cup]10; +\infty[$ ce que l'on note souvent $\mathbb{R} - \{10\}$ et qui se prononce $\mathbb{R}$ privé de 10.

Dans cet exemple on dit que le domaine de définition de l'expression est $\mathbb{R} - \{10\}$. On a ce qu'il faut pour parler des inéquations.

Inéquations

Une inéquation est une expression littérale qui fait intervenir une inégalité ($<$, $>$, $\leqslant$ ou $\geqslant$). Pour résoudre une inéquation on applique les même règles de calcul que pour une équation à ceci près qu'il y a une loi supplémentaire :

Lorsque l'on multiplie ou divise par un nombre négatif on change le sens de l'inégalité.

Déterminons les solutions de l'inéquation $3x - 4 > 0$. Imaginons qu'au lieu du $>$ nous ayons un $=$. En passant le 4 de l'autre coté et en divisant par 3 nous obtiendrons $x = \dfrac{4}{3}$. Pour une inégalité on fait la même chose en respectant la loi supplémentaire.

$$3x - 4 > 0 \Leftrightarrow 3x > 4 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$$

En conclusion, en isolant x d'un coté de cette inégalité, on détermine que $x > \dfrac{4}{3}$. Avec les notions d'intervalle que nous avons développé nous arrivons à ce que l'ensemble solution soit $\left]\dfrac{4}{3}; +\infty\right[$.

Résolvons l'inéquation $1 - \dfrac{1}{2}x > 0$.

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{2}x \leqslant 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}x \leqslant -1 \\ &\Leftrightarrow \quad x \geqslant (-1) \times (-2) \\ &\Leftrightarrow \quad x \geqslant 2 \end{aligned}$$

Ceci correspond à l'intervalle $[2; +\infty[$.

Les polynôme de degrés 2

Pour les polynômes de degrés 2, nous pouvont utiliser le discriminant pour déterminer les solutions d'une inéquations. Précisons avec une proposition :

Proposition 0.0.1

Soient a, b et c des nombres réels où $a \neq 0$. Soit Δ le discriminant du polynôme $ax^2 + bx + c$.

Si $\Delta < 0$. Le polynôme $ax^2 + bx + c$ a le même signe que a et ne s'annule jamais.

Si $\Delta = 0$. Soit x_0 la racine du polynôme $ax^2 + bx + c$. Alors ce polynôme a le même signe que a et ne s'annule qu'une et une seule fois en x_0.

Si $\Delta > 0$. Soient x_1 et x_2 les deux racines de $ax^2 + bx + c$ tel que $x_1 < x_2$. Sur les intervalles $]-\infty; x_1]$ et $[x_2; +\infty[$ le polynôme a le même signe que a et entre x_1 et x_2 a le signe opposé de a.

Par exemple résolvons l'inéquation $x^2 + 2x + 1 > 0$. On vérifie sans peine que le discriminant est nul. D'après la proposition, on en déduit que ce polynôme est du signe du coefficient dominant qui est positif (puisque c'est 1) donc pour tous $x \in \mathbb{R}$ on a $x^2 + 2x + 1 \geqslant 0$, donc pour tout $x \in \mathbb{R} - \{x_0\}$, $x^2 + 2x + 1 > 0$ où $x_0 = 1$.

Autre exemple : résolvons l'inéquation $-x^2 + 3x - 2 > 0$. Le discriminant $\Delta = 1$ ce qui permet de déterminer les deux racines $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$. D'après la proposition on en déduit que sur l'intervalle $]1; 2[$ on a $-x^2 + 3x - 2 > 0$.

Comment faire pour démontrer cette proposition ou se priver de l'apprendre mais être capable de trouver les solutions de tels inéquations, ou tout simplement résoudre des inéquations de degrés plus que 2 ? Une seule et même réponse à toutes ces questions : les tableaux de signe.

Les tableaux de signe

Imaginons que nous souhaitons résoudre une inéquation de la forme $(x-1)(2-x)(x-3) \geqslant 0$. Si nous raisonnons comme avec des équations, nous aurions une équation au produit nul. C'est à dire que nous finirions par dire que soit $x - 1 = 0$, soit $2 - x = 0$ ou soit $x - 3 = 0$. Par analogie, nous pourrions être tenté de conclure que déterminer les $x \in \mathbb{R}$ tel que $(x-1)(2-x)(x-3) \geqslant 0$ reviens à chercher les x tel que $x - 1 \geqslant 0$, $2 - x \geqslant 0$ et $x - 3 \geqslant 0$. Bien sur cela est vrai ! Malheureusement ce n'est pas tout, il manque des solutions. En effet pour que ce produit de trois expressions soit positif (parce que $\geqslant 0$ est juste une manière de dire *positif (ou nul)*) il suffit que les trois expressions soit positif mais ce n'est pas nécessaire. Par exemple $x - 1$ peut être positif et $x - 2$ ainsi que $x - 3$ tout deux négatifs. Dans ce cas la règle des signes stipule que le produit est positif (on rappel que $-$ par $-$ donne $+$). Lorsque l'on est amené à résoudre une inéquation de nature à déterminer un signe, c'est à dire de la forme $\mathtt{blabla} < 0$, on compile les données dans un tableau simplement appelé tableau de signe. La première ligne représente toutes les valeurs de x classées dans l'ordre croissant (c'est la première source d'erreur dans un tableau de signe). Chacune des autres lignes représente un facteur de l'expression. Finalement dans la dernière ligne on compile les données en réalisant, en colonne, le produit des signes.

Détaillons le tableau de signe de l'inéquation $(x-1)(2-x)(x-3) \geqslant 0$. Cette expression fait apparaitre trois facteurs. Chaque facteur s'annule en 1, 2 et 3 qui sont donc les nombres à faire apparaitre dans la première ligne.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x - 1$									
$2 - x$									
$x - 3$									
$(x-1)(2-x)(x-3)$									

Bien sur on n'omet pas les infinis car le domaine de définition de cette inéquation est $\mathbb{R}$ (puisqu'il n'y a aucune contrainte - ni fraction, ni racine carré). Pour chaque valeur spéciale apparaissant dans la première ligne, qui sont les valeurs annulant les facteurs **classer dans l'ordre croissant**, on tire un trait jusqu'à la dernière ligne qui est l'expression dont on cherche le signe. On va faire apparaitre un 0 sur ces traits verticaux lorsque les valeurs associées annulent les facteurs :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$			0						
$2-x$					0				
$x-3$							0		
$(x-1)(2-x)(x-3)$									

On donne ensuite le signe de chaque facteur. Pour y arriver on peut retenir que dans une expression de la forme $ax+b$ qui s'annule en $-\dfrac{b}{a}$ le signe à inscrire à droite de cette valeur est celui de a (et donc son opposé à droite). Pour le premier facteur de notre exemple puisque $x-1$ s'annule en 1 et que son coefficient de degré 1 est positif alors on inscrit un $+$ dans toutes les case à droite du 1 et un $-$ par ailleurs.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2-x$					0				
$x-3$							0		
$(x-1)(2-x)(x-3)$									

De la même manière pour le facteur $2-x$ qui s'annule en 2. Puisque son coefficient de degrés 1 est négatif, on inscrit un $-$ à droite du 2 et un $+$ à gauche.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-3$							0		
$(x-1)(2-x)(x-3)$									

En faisant de même pour le dernier facteur on arrive au tableau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-1)(2-x)(x-3)$									

Finlament, une fois fait, il faut compiler les informations dans la dernière ligne en lisant colonne par colonne.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x - 1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2 - x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x - 3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-1)(2-x)(x-3)$		$+$		$-$		$+$		$-$	

Pour conclure il ne faut *faire tomber les* 0. Le tableau final est

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x - 1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2 - x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x - 3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x-1)(2-x)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Le problème de départ était de résoudre l'inéquation $(x-1)(2-x)(x-3) \geqslant 0$ ce qui peut se lire : trouver les valeurs de x pour lesquelles $(x-1)(2-x)(x-3)$ est positif ou nul soit encore les valeurs de x pour lesquelles des $+$ (positifs) apparaissent dans la dernière ligne du tableau. Par simple lecture on en déduit que l'ensemble solution est $]-\infty; 1] \cup [2; 3]$.

Les valeurs interdites

On rappel qu'a notre niveau, lorsque nous disposons d'une expression littérale, deux contraintes peuvent apparaitre :

- Si il y a des fractions, il faut interdire les valeurs qui annulent les dénominateurs
- Si il y a des racines carrés, il faut interdire que leur paramètre soit négatifs.

Ces valeurs à interdire sont simplement appelées les *valeurs interdites*. Comme dans l'exemple que nous avons déjà traiter de l'expression $\dfrac{x^{4096} - \sqrt{2020x^5} - 1}{x - 10}$ ou la valeur à interdire est 10. Nous avions conclut que le domaine de définition était $\mathbb{R} - \{10\}$.

De même si nous cherchons le domaine de définition de l'expression $\sqrt{x-10}$, il faut que $x - 10 \geqslant 0$ soit encore $x \geqslant 10$ ce qui correspond à l'intervalle $[10; +\infty[$.

Détaillons un dernier exemple un peu plus complexe et résolvons l'inéquation $\dfrac{2x-1}{x-1} < \dfrac{1}{x+1}$. Pour commencer on observe que cette expression fait apparaitre deux fractions. Il faut donc interdire l'annulation des dénominateurs. Sans plus de détail on pourrait aisément vérifier que 1 annule le dénominateur de la fraction de gauche et -1 celle de droite. En conclusion le domaine de définition est $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$. Passons à présent à la résolution. L'erreur à ne surtout pas commettre ici est de faire un produit en croix. En effet faire un produit en croix c'est avant tout faire un produit et lorsque l'on multiplie une inégalité par un nombre négatif on change le sens de l'inégalité et qui est ici un problème puisque ce produit dépend de la variable x dont on ne connait pas (encore) le signe. Moralité, le produit en croix est à bannir pour résoudre des inéquations. Nous allons faire des manipulations algébrique simple pour faire apparaitre une étude de signe (faire apparaitre un 0 d'un coté de l'inégalité).

$$\begin{aligned}
\frac{2x-1}{x-1} < \frac{1}{x+1} &\Leftrightarrow \frac{2x-1}{x-1} - \frac{1}{x+1} < 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{(2x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)} < 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{(2x-1)(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)} < 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{2x^2+2x-x-1-x+1}{(x-1)(x+1)} < 0 \\
&\Leftrightarrow \frac{2x^2}{(x-1)(x+1)} < 0
\end{aligned}$$

L'objectif étant d'utiliser un tableau de signe il ne faut surtout pas développer ! Au contraire, le but est de faire apparaitre des facteurs qui correspondront aux lignes du tableau. Dans cette exemple, l'expression est simplifiée et nous avons 3 facteurs. Nous arrivons alors au tableau suivant.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$2x^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$		$+$		$-$		$-$		$+$	

Avant de faire descendre les 0 il ne faut pas oublier que -1 et 1 sont des valeurs interdites. Pour conserver cette information dans le tableau, nous le signalons par deux traits. Pour les autres valeurs, qui ne sont pas interdites, on fait comme d'habitude.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$2x^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Finalement les solutions de l'inéquation $\frac{2x-1}{x-1} < \frac{1}{x+1}$ correspondent aux valeurs de x pour lesquelles $\frac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$ est strictement négatif soit, par lecture du tableau à l'ensemble solution $]-1;0[\cup]0;1[$.

Un exemple qui résume tout

Résolvons l'inéquation $\dfrac{1-2x}{x-1} \leqslant \dfrac{1}{x+1}$. Comme dans le dernier exemple le domaine de définition est $\mathbb{R} - \{-1;1\}$. Faisons apparaitre un 0 pour pouvoir réaliser un tableau de signe.

$$\begin{aligned}
\frac{1-2x}{x-1} \leqslant \frac{1}{x+1} \quad & \Leftrightarrow \quad \frac{1-2x}{x-1} - \frac{1}{x+1} \leqslant 0 \\
& \Leftrightarrow \quad \frac{(1-2x)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)} \leqslant 0 \\
& \Leftrightarrow \quad \frac{(1-2x)(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)} \leqslant 0 \\
& \Leftrightarrow \quad \frac{x+1-2x^2-2x-x+1}{(x-1)(x+1)} \leqslant 0 \\
& \Leftrightarrow \quad \frac{-2x^2-2x+2}{(x-1)(x+1)} \leqslant 0
\end{aligned}$$

Déterminons, si possible, les racines du polynôme de degrés 2 apparaissant au numérateur : $\Delta = (-2)^2 - 4.(-2)(2) = 4 + 16 = 20$. On a alors deux racines :

$$x_1 = \frac{-(-2)-\sqrt{20}}{2.(-2)} = \frac{2-\sqrt{4\times 5}}{-4} = \frac{2-2\sqrt{5}}{-4} = -\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Par les même manipulation algébrique on trouve que $x_2 = -\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. A l'aide de la calculatrice on observe que $x_2 < -1 < x_1 < 1$. Le tableau de signe est alors

x	$-\infty$		$-\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		-1		$-\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		1		$+\infty$
$-2x^2-2x+2$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{-2x^2-2x+2}{(x-1)(x+1)}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	

Pour conclure la solution de l'inéquation est $\left]-\infty;-\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left]-1;-\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right] \cup]1;+\infty[$.