

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

Mathématiques DEAU - B

- *La calculatrice est autorisée.*
- *L'antisèche légale est permise.*
- *Tous autres documents et tout moyen de communication sont prohibés.*
- *Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.*
- *Il ne s'agit en aucun cas d'une feuille de brouillon.*
- *Vous êtes autorisé à pleurer (en silence).*
- *Assurez-vous de ne pas laisser tomber vos larmes sur la copie.*
- *Position fœtale permise.*
- *L'utilisation du 49.3 ne permet pas de résoudre les problèmes.*

Exercice 115
min

Dérivez les fonctions suivantes. Justifier brièvement.

1. $f(x) = x \times e^x$

0.5

2. $g(x) = \sqrt{x \ln(x)}$

1

3. $h(x) = \frac{\ln(x)}{x+1}$

1

Exercice 215
min

Calculer les limites suivantes. Justifier brièvement.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{x}$

0.5

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$

1

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x\sqrt{x}}$

1

Exercice 315
min

Une urne contient 5 boules noires et 10 boules blanches. On tire deux boules sans remise dans l'urne.

Si on tire deux boules noires, on gagne 5 euros, si on tire deux boules blanches, on perd 3 euros et on perd 1 euro sinon.

Quel est le gain moyen de ce jeu ?

On pourra considérer X la variable aléatoire du gain algébrique.

2

Exercice 445
min

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(x)\sin(2x) - 2\sin(x)$.

1. Montrer que f est 2π -périodique.

0.25

2. Montrer que f est une fonction impaire.

0.25

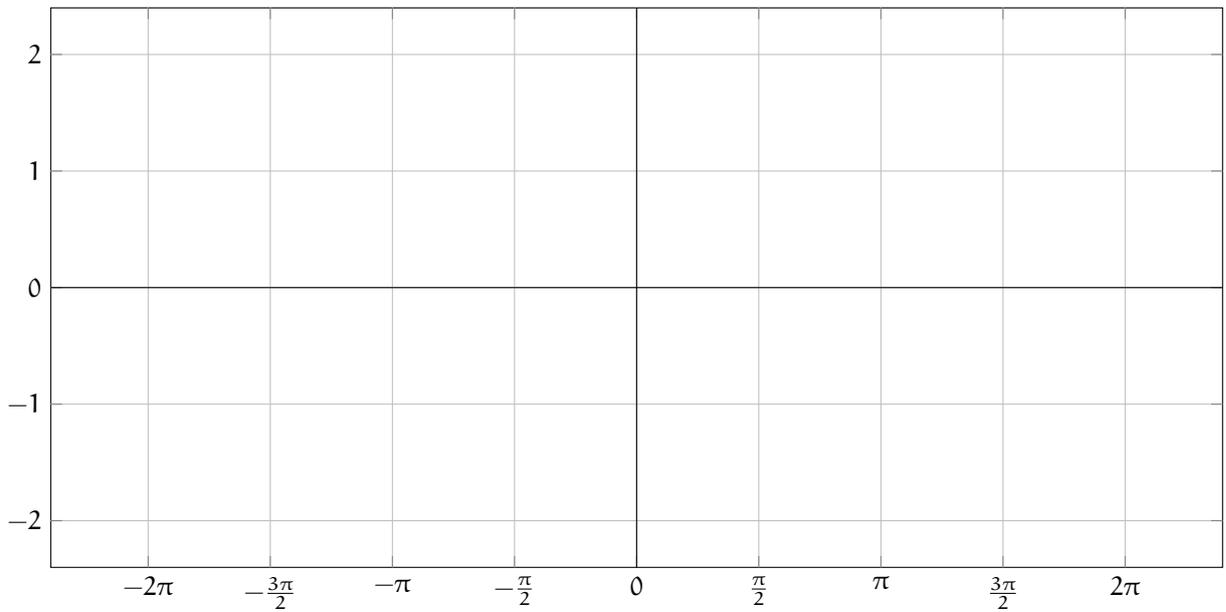
3. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -6\sin^2(x)\cos(x)$.

1.5

4. Dresser le tableau de signe de f' et le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0; \pi[$.

1

5. Tracer la courbe représentative de f sur $[-2\pi; 2\pi]$. On laissera clairement apparaître les tangentes horizontales.



1

Exercice 5

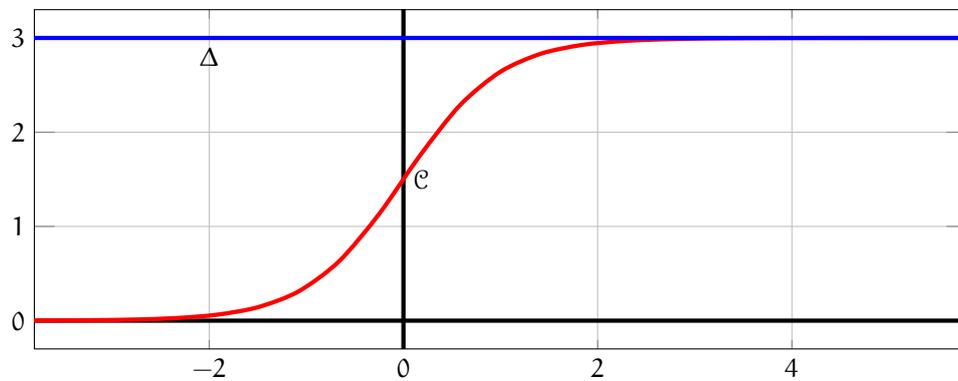
30
min

Extrait du Bac S de Pondichery 2015

Partie A. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{3}{1 + e^{-2x}}$$

Sur le graphique ci-après, on a tracé la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction f et la droite Δ d'équation $y = 3$.



1. Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur \mathbb{R} .

2

2. Justifier que la droite Δ est une asymptote à la courbe \mathcal{C} .

1

3. Démontrer que l'équation $f(x) = 2.999$ admet une unique solution α sur \mathbb{R} . Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .

0.5

Partie B. Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 3 - f(x)$.

1. Justifier que la fonction h est positive sur \mathbb{R} .

0.5

2. On désigne par H la fonction définie sur \mathbb{R} par $H(x) = -\frac{3}{2}\ln(1 + e^{-2x})$. Montrer que $H' = h$.

1

3. En déduire une fonction F tel que $F' = f$.

0.5

Exercice 6

30
min

Extrait du Bac S de Pondichery 2016

La Hadopi (Haute autorité pour la diffusion des œuvres et la protection des droits sur internet) souhaite

connaître la proportion en France de jeunes âgés de 16 à 24 ans pratiquant au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet. Pour cela elle envisage de réaliser un sondage.

Mais la Hadopi craint que les jeunes interrogés ne répondent pas tous de façon sincère. Aussi elle propose le protocole suivant :

- On choisit aléatoirement un échantillon de jeunes âgés de 16 à 24 ans. Pour chaque jeune de cet échantillon :
- Le jeune lance un dé équilibré à 6 faces. L'enquêteur ne connaît pas le résultat du lancer.
- L'enquêteur pose la question : "Effectuez-vous un téléchargement illégal au moins une fois par semaine?".
- Si le résultat du lancer pair alors le jeune doit répondre à la question sincèrement.
- Si le résultat du lancer est 1 le jeune doit répondre *oui*.
- Si le résultat du lancer est 3 ou 5 le jeune doit répondre *non*.

Grâce à ce protocole, l'enquêteur ne sait pas si la réponse donnée porte sur le téléchargement ou le résultat du lancer, ce qui encourage les réponses sincères.

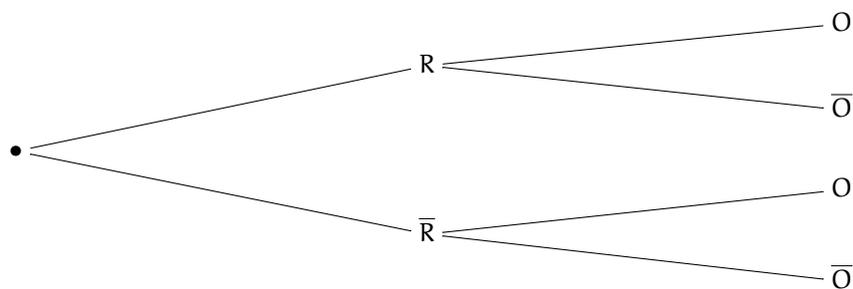
On note p la proportion inconnue de jeunes âgés de 16 à 24 ans pratiquant au moins une fois par semaine le téléchargement illégal sur internet.

On choisit au hasard un jeune faisant parti du protocole.

On note

- R l'évènement "le résultat du lancer est pair",
- O l'évènement "le jeune a répondu OUI".

1. Compléter l'arbre pondéré suivant.



2. En déduire $P(O) = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}$.

3. Quelle est la plus petite valeur de p pour que la proportion de jeune qui répond *OUI* soit supérieur à la proportion de jeune qui télécharge illégalement.

Exercice 7

Calculer la valeur exacte de $X = \frac{1 + 3 + 5 + \dots + 197 + 199}{2 + 4 + 6 + \dots + 198 + 200}$.