

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

Mathématiques

- *La calculatrice n'est pas autorisée.*
- *Documents et tout moyen de communication sont prohibés.*
- *Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.*
- *Il ne s'agit en aucun cas d'une feuille de brouillon.*
- *Vous êtes autorisé à pleurer (en silence).*
- *Assurez-vous de ne pas laisser tomber vos larmes sur la copie.*
- *Position fœtale permise.*

Exercice 1

5
min

Questions de cours.

1. Donner un exemple de polynôme unitaire. 0.5
2. Dessiner une hyperbole. 0.5
3. En physique, que représente la dérivée? 0.5

Exercice 2

15
min

Résoudre.

1. $3x - 8 + 4 - x = 10x - 7 + 5 + 2x + 3$ 1
2. $x^2 - 1 = 0$ 1
3. $(x - 1)(5x - 2) - (3x + 1)(x - 1) = (2x - 3)(x - 1)$ 1
4. $3x^2 - 4x + 2 = 0$ 1

Exercice 35
min
2

Donner l'équation de la droite passant par les points A(1;1) et B(4;7).

Exercice 415
min

Résoudre

$$\frac{(2x - 2)(x^2 - 3x + 2)}{x(3x + 9)} \geq 0$$

2.5

Exercice 515
min

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{x-5}$

0.5

2. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1}{5-x}$

0.5

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{5-x}$

0.5

Exercice 610
min

Calculer les dérivés des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$

0.5

2. $g(x) = \frac{x^2 - 1}{2x + 1}$

1

3. $h(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+3}}$

1

Exercice 710
min

Calculer la valeur exacte de

$$x = \left(1 + \frac{1}{1}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{1998}\right) \left(1 + \frac{1}{1999}\right) \left(1 + \frac{1}{2000}\right)$$

2

Exercice 810
min

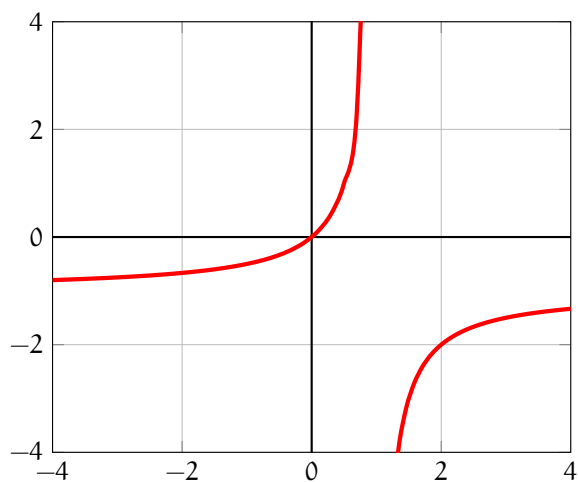
Calculer le nombre suivant.

$$x = 2016^2 - 2015^2$$

2

Exercice 95
min

Voici la représentation graphique d'une hyperbole.



Par lecture graphique :

1. Donner l'image de 0.

0.5

2. Donner les antécédents éventuels de -2.

0.5

3. Donner les équations des asymptotes que vous repérez.

1

Exercice 10

15
min

En ajoutant le même nombre au numérateur et dénominateur de $\frac{15}{-7}$ on obtient 2. Quel est ce nombre?
Justifier.

1.5

Exercice 11

15
min

Galois est en spectacle.

Deux types de billets sont en ventes. Les billets A qui permettent d'assister au spectacle en silence et les billets B qui permettent d'assister au spectacle mais également de poser des équations a Galois. Si vous achetez 3 billets A et 4 billets B vous en aurez pour 98 francs. Cela vous coutera 112 francs pour 1 billet A et 6 billets B.

Quel est le prix d'un billet A et d'un billet B? Justifier toutes les étapes.

2

Exercice 1210
min

Le but de ce problème est de donner la valeur exacte de

$$A = \sqrt{15 + 2\sqrt{15 + 2\sqrt{15 + 2\sqrt{15 + 2\sqrt{15 + 2\sqrt{15 + 2\sqrt{15 + 2\sqrt{\dots}}}}}}}}$$

1. Résoudre l'équation $x^2 - 2x - 15 = 0$.

1

2. Prouver que $A^2 = 15 + 2A$.

0.5

3. En déduire la valeur exacte de A .

0.5

Exercice 1315
min

Le but de ce problème est de donner la valeur exacte de

$$A = \sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{\dots}}}}}}}}} \quad B = \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{7 + \sqrt{\dots}}}}}}}}$$

1. Résoudre l'équation $x^2 - x - 6 = 0$.

1

2. Prouver que $A^2 = 7 + B$ et $B^2 = 7 - A$.

0.5

3. Prouver que A est une solution de $x^2 - x - 6 = 0$.

1

4. En déduire la valeur exacte de A et de B.

0.5

Exercice 14

30
min

Le prof de math pose une équation au tableau :

$$x^2 + bx + c = 0$$

- Bilal note cette équation mais se trompe de b en recopiant. Avec cette erreur, il trouve 6 et 1 comme solutions.
- Monique note cette équation et se trompe également en recopiant mais c'est le c qui est incorrect. Avec cette erreur elle trouve que -4 et -1 sont solutions.

Le but du problème est de retrouver le polynôme écrit au tableau par le prof.

PARTIE I. On va interpréter les informations de Bilal. Puisqu'il s'est trompé en recopiant le b , on va noter b' le "mauvais b " qu'il a noté. Il avait donc l'équation $x^2 + b'x + c = 0$

1. Expliquer pourquoi on a
$$\begin{cases} 36 + 6b' + c = 0 \\ 1 + b' + c = 0 \end{cases}$$

0.5

2. Résoudre le système précédent par la méthode de votre choix.

1

3. Que vaut c ?

0.5

Partie II. On raisonne de manière similaire avec les informations de Monique. On note $x^2 + bx + c' = 0$ l'équation qu'elle a notée.

1. Donner le système d'équation qui traduit que -4 et -1 sont solutions de l'équation de Monique. 0.5

2. Résoudre le système précédent par la méthode d Gauss (combinaison). 1

3. Que vaut b ? 0.5

Conclusion. 1. Quelle était l'équation noté par le prof (sans erreur)? 0.5

2. Résoudre cette équation. 1

Exercice 1515
min

On considère la fonction $f(x) = \frac{x}{x^2 + x - 2}$.

1. Donner le domaine de définition de f .

1

2. Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par f . On simplifiera le résultat.

0.5

3. Déterminer le(s) antécédent(s) éventuelle(s) de 1.

1

4. Calculer les limites de $f(x)$ aux bord de son ensemble de définition.

2

5. Existe-t-il des asymptotes horizontales ou verticales? Justifier.

0.5

6. Prouver que pour tout x dans le domaine de définition $f'(x) = -\frac{x^2 + 2}{(x^2 + x - 2)^2}$

1

7. Dresser le tableau de variation de f .

1

Exercice 16

∞
min

Marie et Anne sont deux sœurs. La somme de leurs âges est égale à 44. Marie a deux fois l'âge qu'Anne avait lorsque Marie avait la moitié de l'âge qu'aura Anne lorsqu'elle aura le triple de l'âge qu'avait Marie à l'époque où elle était trois fois plus âgée qu'Anne.

Quel est l'âge de Marie ?

5