

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

DEAU - B

La calculatrice et l'antisèche légale sont autorisées.

Le téléphone portable n'est pas une calculatrice et est interdit.

Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.

En aucun cas il ne s'agit d'une feuille de brouillon.

Exercice 130
min

Gratte point.

Résoudre les équations et inéquations suivantes après avoir donné leur domaine de définition.

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$

1

2. $\ln(x - 1) + \ln(x + 1) = \ln(3)$

1

3. $\ln(x^2 - 1) = \ln(3)$

1

4. $(x^2 - 5x + 6) e^{\frac{\cos(8x^2 - 4) + 7\sqrt{x}}{x^{2015}}} \geq 0$

1

5.
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \\ \cos(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

1

Exercice 2

45
min

(Adapté du BAC S 2014 - France métropolitaine)

Soit $f(x) = x + e^{-x}$.

1. Donner le domaine de définition de la fonction f . 0.5

2. (a) Calculer la limite de f en $+\infty$. 0.5

(b) Calculer la limite de f en $-\infty$. 0.5

3. Calculer la dérivé f' de f . 1

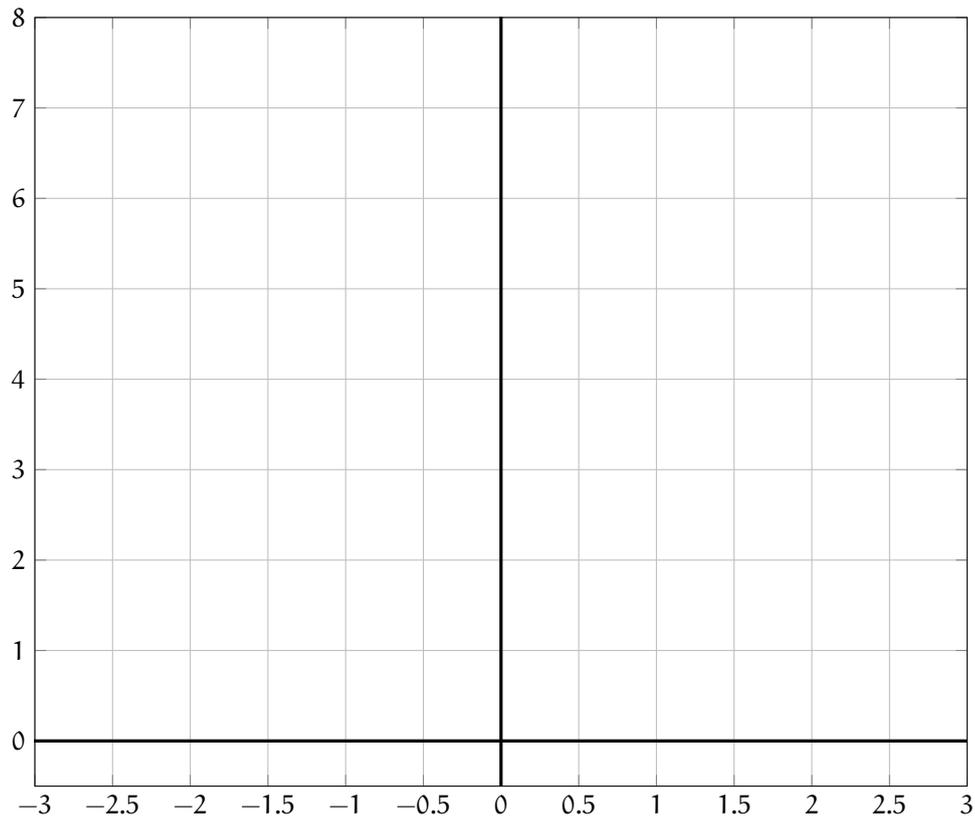
4. En déduire les variations de f . 1

5. En déduire le signe de f . 0.5

6. Prouver que la droite $y = x$ est une asymptote oblique à la courbe représentative de f . 1

7. Tracer l'allure de courbe représentative de f .

0,5



Exercice 3

15
min

(Adapté du BAC S 2014 - Nouvelle Calédonie)

Soit f la fonction dérivable définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = x \ln(x)$$

1. Déterminer les limites de f en 0^+ et $+\infty$.

1

2. Montrer que la fonction dérivée f' de f est pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \ln(x) + 1$.

0,5

3. Déterminer les variations de f sur $]0; +\infty[$.

1,5

Exercice 4

45
min

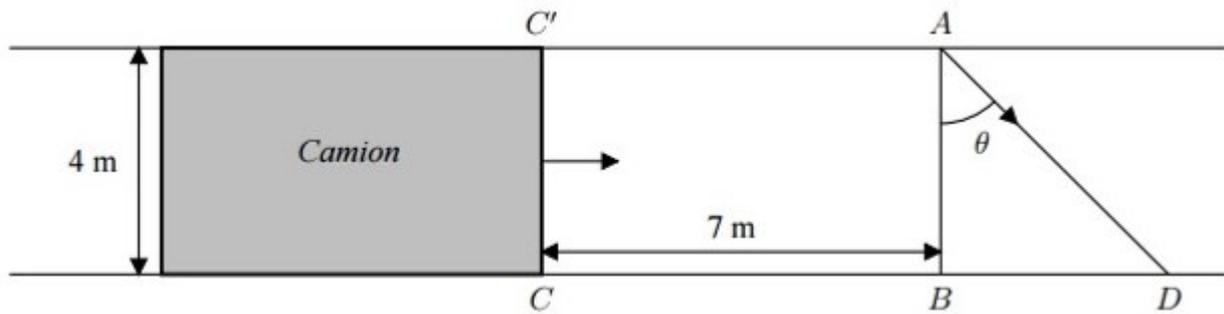
(Adapté du BAC S 2005 - Nouvelle Calédonie)

Un lapin désire traverser une route de 4 mètres de largeur. Un camion, occupant toute la route, arrive à sa rencontre à la vitesse de 60 km/h. Le lapin décide au dernier moment de traverser, alors que le camion n'est plus qu'à 7 mètres de lui. Son démarrage est foudroyant et on suppose qu'il effectue la traversée en ligne droite au maximum de ses possibilités, c'est-à-dire ... 30 km/h!

L'avant du camion est représenté par le segment $[CC']$ sur le schéma ci-dessous.

Le lapin part du point A en direction de D .

Cette direction est repérée par l'angle $\vartheta = \widehat{BAD}$ avec $0 \leq \vartheta < \frac{\pi}{2}$ (en radians).



1. Déterminer les distances AD et CD en fonction de ϑ et les temps t_1 et t_2 mis par le lapin et le camion pour parcourir respectivement les distances AD et CD .

2

2. On pose $f(\vartheta) = \frac{7}{2} + 2\tan(\vartheta) - \frac{4}{\cos(\vartheta)}$. Montrer que le lapin aura traversé la route avant le passage du camion si et seulement si $f(\vartheta) > 0$.

0.5

3. Étude de la fonction $f(\vartheta)$ sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

(a) Calculer $f(0)$ et $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

1

(b) Calculer la limite de f en $\frac{\pi}{2}^-$.

0.5

(c) Montrer que pour tout $\vartheta \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, $f'(\vartheta) = \frac{2 + 4\sin(\vartheta)}{\cos^2(\vartheta)}$.

1

(d) Dresser le tableau de variation de f .

0.5

(e) Démontrer qu'il existe un unique $\alpha \in \left] \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right[$, tel que $f(\alpha) = 0$.

0.5

(f) Donner le signe de f .

0.5

Exercice 5+∞
min

Voici un casse tête posé dans le journal vietnamien *VN express*, destiné aux enfants de CE2 (≈ 8 ans). A vous de le résoudre :

Remplissez les cases vides par les chiffres de 1 à 9.

			-			66
+		×		-		=
13		12		11		10
×		+		+		-
:		+		×		: