

Probabilités discrètes

Exercice 1

1. On dispose de 20 émeraudes ayant toutes une teinte de vert différente. Combien de bracelet différent de 9 émeraudes peut-on former ?
2. On dispose de 30 rubis ayant toutes une teinte de rouge différente. Combien de collier différent de 17 rubis peut-on former ?
3. On dispose de 53 saphirs ayant toutes une teinte de bleu différente. Combien de broche différente de 3 saphirs peut-on former ?
4. On dispose de 152 topazes ayant toutes une teinte de jaune différente. Combien de diadème différent de 98 topazes peut-on former ?

Exercice 2

1. On tire trois cartes au hasard dans un jeu de 52 cartes. Combien y a-t-il de tirage possible ?
2. Dans une urne contenant 23 cafards, on tire au hasard 7 cafards (les cafards sont tous identique et indiscernable au toucher... oui, au toucher). Combien y a-t-il de tirage possible ?
3. Dans une urne contenant 314 159 265 358 979 boules rouges indiscernables, on tire au hasard 32 384 626 boules rouges. Combien y a-t-il de tirage possible ?

Exercice 3

Dans chacune des expériences aléatoires suivantes décrire l'univers Ω .

1. Dans un urne on dispose de 3 boules rouges et de 3 boules bleues. On tire au hasard 2 boules (avec remise).
2. Dans un urne on dispose de 2 boules rouges et de 2 boules bleues. On tire au hasard 3 boules (avec remise).
3. Dans un urne on dispose de 2 boules rouges et de 2 boules bleues. On tire au hasard 3 boules (sans remise).

Exercice 4

Au loto, on tire 7 chiffres entre 1 et 49. Combien de combinaison sont alors possible ? Quelle est la probabilité de gagner (donner la valeur approchée) ?

Exercice 5

On lance 3 fois une pièce de monnaie équilibré.

1. Décrire l'univers Ω de cet expérience aléatoire.
2. Déterminer la probabilité des événements de Ω .

Exercice 6

On lance deux fois un dé truqué qui tombe sur un nombre paire deux fois plus souvent que sur un nombre impaire de manière équitale.

1. Décrire l'univers Ω de cet expérience aléatoire.
2. Déterminer la probabilité de chaque événement de Ω .

Exercice 7

Une urne contient trois boules blanches et deux boules noires indiscernables au toucher. On tire au hasard deux boules. On répondra à chacune des questions deux fois : une fois en supposant que le tirage est sans remise et une seconde fois en supposant que le tirage est avec remise.

1. Décrire l'univers Ω de cet expérience aléatoire.
2. Déterminer la probabilité de chaque événement de Ω .

3. Déterminer la probabilité de l'événement : "On tire au moins une boule blanche".

Exercice 8

Une urne contient 10 jetons numérotés de 1 à 10 indiscernable au toucher. On tire au hasard 3 jetons simultanément. On répondra à chacune des questions deux fois : une fois en supposant que le tirage est sans remise et une seconde fois en supposant que le tirage est avec remise.

1. Quel est la probabilité qu'il y ai exactement un numéro pair ?
2. Quel est la probabilité qu'il y ai au moins un numéro pair ?
3. Quel est la probabilité qu'il y ai au plus un numéro pair ?

Exercice 9

Une urne contient des boules indiscernables : 5 jaunes, 4 noires et 7 rouges. On tire au hasard 6 boules.

1. Donner l'univers décrivant cet expérience ?
2. Calculer les probabilités des événements suivants :
 - A : "On a obtenu au moins deux boules noires".
 - B : "On a obtenu exactement deux boules rouges et au moins une boule jaune".
3. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 10

Dans un lycée, on sait que 55% des élèves sont des filles. On sait également que 35% des filles et 30% des garçons mangent à la cantine. On choisit un élève au hasard. Quel est la probabilité que cet élève ne déjeune pas à la cantine ?

Exercice 11

Un appareil ménager peut présenter après sa fabrication deux défauts. On appelle A l'événement "l'appareil présente un défaut d'apparence" et F l'événement "l'appareil présente un défaut de fonctionnement".

On suppose que les événements A et F sont indépendants.

On sait que la probabilité que l'appareil présente un défaut d'apparence est égale à 0,02 et que la probabilité que l'appareil présente au moins l'un des deux défauts est égale à 0,069. On choisit au hasard un des appareils. Quelle est la probabilité que l'appareil présente le défaut F ?

Exercice 12

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 et d'un dés cubique bien équilibré dont les faces sont numérotés de 1 à 6. L'urne U_1 contient trois boules rouges et une boule noire tandis que l'urne U_2 contient trois boules rouges et deux boules noires.

Une partie se déroule de la manière suivante : le joueur lance le dé ; si le résultat est 1 alors il tire au hasard une boule dans l'urne 1 sinon dans l'urne 2.

1. Représenté la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité de tirer une boule noire est de $\frac{3}{8}$.
3. Sachant que l'on a tiré une boule noire, quelle est la probabilité d'avoir obtenu 1 au lancé de dé.

Exercice 13

On lance deux dés. Un de couleur verte, l'autre de couleur rouge.

1. Donner l'univers Ω décrivant cette expérience.
2. Considérons les événements suivants :
 - A : "Le nombre obtenu avec le dé vert est pair".
 - B : "Le nombre obtenu avec le dé rouge est impair".
 - C : "Les deux nombres obtenus sont de même parité".Calculer la probabilité des événements suivants : A, B, C, $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ et $A \cap B \cap C$.
3. Les événements A et B sont-ils indépendants ? De même pour B et C ? De même pour C et A ?

4. La famille (A, B, C) est-elle indépendante ?

Exercice 14

Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On considère une famille avec n enfants et les événements :

- A : "Il y a dans cette famille au moins un garçon et au moins une fille".
- B : "Il y a dans cette famille au plus un garçon".

Discuter, suivant les valeurs de n , de la dépendance des événements A et B.

Exercice 15

Une urne contient des boules indiscernables : 4 boules rouges, 5 boules vertes et 7 boules bleues. On note respectivement R, V et B l'ensemble des boules rouges, vertes et bleues et on note $U = R \cup V \cup B$.

Partie A. On tire trois boules de l'urne sans remise et sans tenir compte de l'ordre de sortie.

1. Déterminer l'univers Ω de cette expérience ainsi que son cardinal.
2. Écrire l'événement "Toutes les boules sont de la même couleur" comme partie de Ω et calculer sa probabilité.
3. Même question avec l'événement "On obtient exactement deux boules rouges".

Partie B. On tire une boule, on note sa couleur et on la remet dans l'urne et ce 3 fois de suite.

1. Déterminer l'univers Ω de cette expérience ainsi que son cardinal.
2. Soit $\omega \in \Omega$. Est-ce que le singleton $\{\omega\}$ est un événement ?
3. Si $(E, F, G) \in \{R, V, B\}^3$, vérifier que $E \times F \times G$ est un événement.
4. Vérifier que l'assertion "Toutes les boules obtenues sont de la même couleur" définit un événement. Calculer sa probabilité.
5. Même question avec l'événement "On obtient exactement deux boules rouges".

Exercice 16

[Extrait du Bac S 2012 - Polynésie]

Une urne contient 100 petits cubes de bois dont 60 sont bleus et les autres rouges. Parmi les cubes bleus, 40% ont leur faces marqués d'une cerclé, 20% marqués d'un losange et les autres marqués d'une étoile. Parmi les cubes rouges, 20% ont leur face marqué d'un cerclé, $x\%$ marqué d'un losange pour un certain $x \in [0; 80]$ et les autres sont marqués d'une étoile.

Partie A. On tire au hasard un cube de l'urne.

1. Démontrer que la probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange est égale à $0.12 + 0.004x$.
2. Déterminer x pour que la probabilité de tirer un cube marqué d'un losange soit égale à la probabilité de tirer un cube marqué d'une étoile.
3. Déterminer x pour que les événements "tirer un cube bleu" et "tirer un cube marqué d'un losange" soient indépendants.
4. Supposons que $x = 50$. Calculer la probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange.

Partie B. On tire au hasard et simultanément 3 cubes de l'urne (on arrondira les résultats au millième).

1. Quelle est la probabilité de tirer au moins un cube rouge ?
2. Quelle est la probabilité que les cubes tirés soient de la même couleur ?
3. Quelle est la probabilité de tirer exactement un cube marqué d'un cerclé ?