

Simplexe

Exercice 1

Résoudre les systèmes suivants en appliquant l'algorithme de Gauss.

$$1. \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 7y = -2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + z = 8 \\ x + 2y - z = 0 \\ y + z = 1 \\ x + 4y + z = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 6y + 13z = 5 \\ x + 3y + 6z = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + y = 1 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y = 0 \\ x + 4y + z = 0 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

Exercice 2

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} 2X_1 - X_2 \leq 4 \\ -X_1 + X_2 \leq 1 \\ -X_1 + 2X_2 \leq 4 \\ 2X_1 + X_2 \leq 12 \\ \text{Max} \left(\frac{3}{2}X_1 + X_2 \right) \end{cases}$$

Exercice 3

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} 2X_1 - X_2 \leq 4 \\ -X_1 + X_2 \leq 1 \\ -X_1 + 2X_2 \leq 4 \\ 2X_1 + X_2 \leq 12 \\ \text{Max} (2X_1 + X_2) \end{cases}$$

Exercice 4

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} 2X_1 - X_2 \leq 4 \\ -X_1 + X_2 \leq 1 \\ -X_1 + 2X_2 \leq 4 \\ 2X_1 + X_2 \leq 12 \\ \text{Max} (-X_1 + 2X_2) \end{cases}$$

Exercice 5

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} 2X_1 - X_2 \leq 1 \\ -X_1 + X_2 \leq 1 \\ \text{Min} (-2X_1 - X_2) \end{cases}$$

Exercice 6

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad X_3 \geq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} X_1 + X_2 \leq 15 \\ X_1 + X_3 \leq 10 \\ X_2 + X_3 \leq 15 \\ \text{Max}(X_1 + X_2 + X_3) \end{array} \right.$$

Exercice 7

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad X_3 \geq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} 8X_1 - X_2 + 7X_3 \leq 0 \\ -2X_1 + X_2 + X_3 \leq 1 \\ \text{Max}(X_1 + 2X_2 - X_3) \end{array} \right.$$

Exercice 8

$$X_1 \leq 0, \quad X_2 \leq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} -X_1 - X_2 \leq 8 \\ X_1 - X_2 \geq -4 \\ \text{Min}(2X_1 - X_2) \end{array} \right.$$

Exercice 9

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \leq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} 6X_1 + 3X_2 \leq 3 \\ X_1 - 2X_2 \leq -10 \\ \text{Min}(-X_1 - 4X_2) \end{array} \right.$$

Exercice 10

$$X \leq 0, \quad Y \geq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} -X + Y \leq 7 \\ Y \leq 5 \\ 2X + 5Y \geq 0 \\ 5X + 2Y \leq 0 \\ \text{Max}(-X + 3Y) \end{array} \right.$$

Exercice 11

$$X \leq 0, \quad Y \in \mathbb{R}, \quad \left\{ \begin{array}{l} 2X - Y \leq 2 \\ X \geq -1 \\ X + Y \leq 0 \\ \text{Max}(X - Y) \end{array} \right.$$

Exercice 12

Discuter suivant les valeurs des paramètres des solutions des systèmes suivants.

$$1. \begin{cases} ax + y = 2 \\ (a^2 + 1)x + 2ay = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} ax + by + z = 1 \\ x + aby + z = b \\ x + by + az = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} (a + 1)x + (a - 1)y = 1 \\ (a - 1)x + (a + 1)y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} (1 + a)x + y + z + t = 0 \\ x + (1 + a)y + z + t = 0 \\ x + y + (1 + a)z + t = 0 \\ x + y + z + (1 + a)t = 0 \end{cases}$$

Exercise 13

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} X_1 - X_2 \leq 10 \\ \frac{1}{2}X_1 + X_2 \leq 100 \\ \text{Max}(\alpha X_1 + X_2) \end{cases}$$

Exercise 14

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} X_1 \leq 30 \\ X_1 + X_2 \leq 20 \\ \text{Max}\left(\frac{1}{2}X_1 + \alpha X_2\right) \end{cases}$$

Exercise 15

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} \alpha X_1 \leq 30 \\ X_1 + X_2 \leq 20 \\ \text{Max}\left(\frac{1}{2}X_1 + 2X_2\right) \end{cases}$$

Exercise 16

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 8 \\ 2X_1 + X_2 \leq 10 \\ \text{Max}(X_1 + \alpha X_2) \end{cases}$$

Exercise 17

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} X_1 + \alpha X_2 \leq 8 \\ \alpha X_1 + X_2 \leq 10 \\ \text{Max}(X_1 + X_2) \end{cases}$$

Exercise 18

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \begin{cases} X_1 \leq 400 \\ X_2 \leq 700 \\ X_1 + X_2 \leq 800 \\ 2X_1 + X_2 \leq 1000 \\ \text{Max}((2 + \alpha)X_1 + 1.5X_2) \end{cases}$$

Exercice 19

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} X_2 \leq 10 \\ X_1 - X_2 \leq 0 \\ X_1 + X_2 \leq 20 \\ \text{Max}(\alpha X_1 + 2X_2) \end{array} \right.$$

Exercice 20

$$X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0, \quad X_3 \geq 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} X_1 + X_2 \leq 60 \\ X_1 + X_3 \leq 36 \\ X_2 + X_3 \leq 18 \\ \text{Max}(\alpha X_1 + (\alpha - 1)X_2 + (\alpha + 1)X_3) \end{array} \right.$$

Exercice 21

Un fermier va au marché pour vendre ses poules. Il ne peut vendre que 60 poules de catégorie 1 et 2, 36 poules de catégorie 1 et 3 et 18 poules de catégorie 2 et 3. Une poule de catégorie 2 vaut un euro de moins qu'une poule de catégorie 1 et une poule de catégorie 3 un euro de plus. Le fermier souhaite vendre ses poules au plus bas prix !

1. Il souhaite également s'acheter une chèvre de 60€ avec ses bénéfices. Quel prix de vente doit-il alors appliquer ?
2. En venant au marché il se rappelle que l'anniversaire de sa femme approche ; il décide d'investir son bénéfice dans une bague à 90€. Quel devra être alors son prix de vente ?