

*La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.*

Un ordinateur possède 4 processeurs pour effectuer ses calculs. Pour optimiser le temps de calcul vous décidez d'organiser la manière dont les calculs seront distribués entre ces 4 coeurs. Les branchements physique ainsi que le support matériel font que les échanges de donnée entre les processeurs sont limités.

On modélise la situation à l'aide d'un graphe; la saisie du problème se fait en  $s$  (le clavier) et l'affichage du résultat se fait en  $a$  (l'écran). Les 4 coeurs de la machine sont notés  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$ . Un arc  $X \xrightarrow{n} Y$  signifie que le processeur  $X$  peut envoyer  $n$  milliards résultats d'opéra-

tion élémentaire (gigahertz) par seconde au processeur  $Y$  (ou depuis le clavier, ou vers l'écran).

|          | $s$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\delta$ | $a$ |
|----------|-----|----------|---------|----------|----------|-----|
| $s$      | 0   | 2        | 4       | 4        | 0        | 0   |
| $\alpha$ | 0   | 0        | 2       | 0        | 0        | 0   |
| $\beta$  | 0   | 0        | 0       | 0        | 0        | 7   |
| $\gamma$ | 0   | 0        | 3       | 0        | 2        | 0   |
| $\delta$ | 0   | 0        | 0       | 0        | 0        | 4   |
| $a$      | 0   | 0        | 0       | 0        | 0        | 0   |

Vous avez programmé l'algorithme de Ford-Fulkerson. En analysant votre algorithme vous observez qu'il réalise environ  $81xy^2$  opérations élémentaires pour un réseau à  $x$  sommets et  $y$  arêtes.

L'objectif de cet exercice est de proposer une répartition du traitement de l'algorithme à travers les 4 processeurs pour obtenir le temps de calcul minimal.

1. Donner une représentation sagittale de ce graphe.

1



2. Rappelez la définition d'un réseau et vérifiez que le graphe donné satisfait cette définition. Appliquez l'algorithme de Ford-Fulkerson et déterminez un flot de flux maximal. Vous préciserez à chaque itération le chemin améliorant ainsi que la valeur d'augmentation du flux. Pour finir vous présenterez le graphe avec le flot déterminé par cet algorithme.

6

3. Remplissez le tableau des coupes possible du réseau ainsi que leur valeur de chacune des coupes.

2

| $X$ | $\bar{X}$                              | $\lambda(X, \bar{X})$ |
|-----|--|-----------------------|
| {s} | { $\alpha, \beta, \gamma, \delta, a$ } |                       |
|     |  |                       |
|     |  |                       |
|     |  |                       |
|     |  |                       |
|     |  |                       |
|     |  |                       |

| $X$                                   | $\bar{X}$ | $\lambda(X, \bar{X})$ |
|---------------------------------------|-----------|-----------------------|
|                                       |           |                       |
|                                       |           |                       |
|                                       |           |                       |
|                                       |           |                       |
|                                       |           |                       |
|                                       |           |                       |
| {s, $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ } | {a}       |                       |

4. En répartissant les calculs de manière optimal, quel est le temps d'exécution minimal de l'algorithme, arrondi à la minute, avec un réseau à 4 781 sommets et 3 051 arêtes.

1