

TD1 : Méthodes d'optimisation

Exercice 1

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + x_2 \leq 11 \\ \text{Max}(x_1 + x_2) \end{cases}$$

Exercice 2

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ \text{Max}(2x_1 + x_2) \end{cases}$$

Exercice 3

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \in \mathbb{R}, \quad \begin{cases} -x_1 + 5x_2 \geq -4 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 6 \\ \text{Max}(x_1) \end{cases}$$

Exercice 4

$$x_1 \in \mathbb{R}, \quad x_2 \geq 0, \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ \text{Max}(x_1 + 2x_2) \end{cases}$$

Exercice 5

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \begin{cases} x_2 \leq 3 \\ x_1 - 3x_2 \leq 4 \\ \text{Min}(5x_1 - x_2) \end{cases}$$

Exercice 6

$$x_1 \in \mathbb{R}, \quad x_2 \in \mathbb{R}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ -9x_1 + 2x_2 \geq -54 \\ 7x_1 + x_2 \geq -7 \\ \text{Min}(5x_1 + x_2) \end{cases}$$

Exercice 7

$$x_1 \in \mathbb{R}, \quad x_2 \in \mathbb{R}, \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 10 \\ x_1 - x_2 \leq 20 \\ x_1 + 2x_2 \geq 15 \\ \text{Min}(2x_1 + x_2) \end{cases}$$

Exercice 8

Une usine fabrique deux produits P_1 et P_2 . Chaque produit passe dans 3 ateliers A, B et C. La consommation d'énergie pour chaque produit dans chaque atelier est synthétisée dans le tableau suivant :

Consommation	P_1	P_2
Atelier A	1	2
Atelier B	1	1
Atelier C	1	0

exprimé en térawattheure (TW/h).

Pour des raisons technique le nombre de TW/h est limité pour chaque atelier. Au maximum 6 pour l'atelier A, 4 pour le B et 3 pour l'atelier C.

Sachant que P_1 est deux fois plus rentable que P_2 quelle est la meilleur stratégie de production ?

Exercice 9

Un atelier fabrique deux produits A et B et dispose de 224 heures d'utilisation d'une machine (M_1) et de 810 heures d'une machine (M_2). Les contraintes et bénéfices pour chaque produit sont résumés dans le tableau suivant.

	M_1	M_2	Bénéfice (€)
A	12	30	500
B	20	90	1000

Optimiser le bénéfice de fabrique de ces deux produits.

Exercice 10

La New Fashion Company fabrique et vend des robes et des blouses de profits respectifs 8€ et 6€. La dessin d'une robe requiert en moyenne 4 heures tandis qu'une blouse, environ 2 heures. Un tailleur prend 2 heures à faire une robe et 4 heures à faire une blouse. La NFC dispose chaque jour de 60 heures de temps pour dessiner les vêtements et de 48 heures de temps pour coudre ces vêtements.

Combien de robes et de blouses la NFC doit produire pour que son profit soit maximal ?

Exercice 11

On a remarqué que l'émission *la Matinale* constituée de 20 minutes de musique et de 1 minute de publicité attire 30 000 auditeurs tandis que *la Tardive* constituée de 10 minutes de musique et de 1 minute de publicité attire 10 000 auditeurs. Les annonceurs insistent pour qu'au moins 6 minutes par semaine soient consacrées aux publicités de leurs produits tandis que le patron de la station ne peut se permettre de diffuser plus de 80 minutes de musique par semaine.

1. Dans ces conditions, combien doit-on diffuser d'émissions de chaque catégorie par semaine si on veut satisfaire les exigences des annonceurs et du patron de la station tout en maximisant le nombre d'auditeurs à cette station ?
2. Si maintenant *la Matinale* n'attirait que 20 000 auditeurs tandis que *la Tardive* en attirait toujours 10 000, que devient la réponse ?

Exercice 12

Un champion cycliste prépare son entraînement en vue d'une importante compétition.

Son entraînement doit se composer chaque semaine d'un certain nombre d'heures de travail en salle et d'un certain nombre d'heures de travail sur route.

Au total, il doit s'entraîner au moins 20 heures chaque semaine et son nombre d'heures de travail sur route doit être au moins égal au tiers du nombre d'heures de travail en salle.

Pour s'entraîner en salle, il retient les services d'un entraîneur spécialisé qui lui coûte 15€ l'heure. Cependant, cet entraîneur n'est disponible que s'il est engagé pour au moins 10 heures par semaine.

Pour s'entraîner sur route, il retient les services d'un spécialiste qui lui coûte 12€ de l'heure. Ce spécialiste ne peut pas être disponible pour plus de 15 heures par semaine.

Comment notre homme doit-il planifier son entraînement hebdomadaire pour que cela lui coûte le moins cher possible ?