

NOM :  
Prénom :  
Groupe :

---

Fiche d'avancement

# PÉRIODE I : CALCULS MATRICIELLES

---

*Téléchargez le notebook de cette période. Suivez les instructions et exercices qu'il contient et remplissez au fur et à mesure cette fiche.*

## Matrices

**Opérations matricielles.** Sur papier, ou éventuellement à l'aide de vos fonctions en python, réaliser l'opération  $A(\text{Id} - 2^t B)C$  où  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$  et  $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

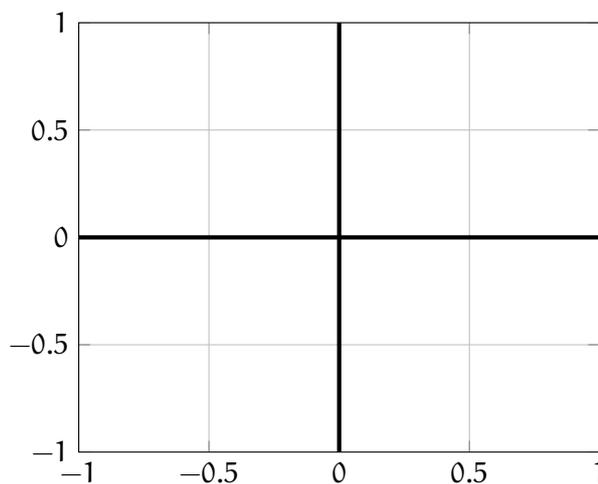
## L'exercice de Géométrie.

1.  $R(0) =$

$R\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

$R(\pi) =$

2.



3.  $R(\vartheta) \times R(\vartheta') =$

$R(\vartheta)^2 =$

4.  $R(\vartheta)^n =$

5. Qu'est-ce que la transformation  $R$  ?

## Déterminant

Le groupe symétrique.

1. Donner la liste des éléments de  $\mathfrak{S}_4$ .

2.  $\#\mathfrak{S}_{10} =$

3.  $\#\mathfrak{S}_n =$

Signature.

1. Quel est la signature de la permutation  $[0, 1, 2, 3, 4]$  de  $\mathfrak{S}_5$  ?

2. Quel est l'image l'application de signature  $\varepsilon$  ?

Calculs.  $\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$

Questions.

1. Quel est la valeur d'un déterminant avec deux lignes identiques ?

2. Déterminer une relation simple entre  $\det(A)$  et  $\det(xA)$  pour une réel  $x$  et  $A \in \text{Mat}_n(\mathbb{R})$ .

**Formules.**

$$1. \begin{vmatrix} \cos(\vartheta) & -\sin(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{vmatrix} =$$

$$2. \begin{vmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{vmatrix} =$$

**Temps de calcul.** Quel est le temps de calcul moyen d'un déterminant en dimension 8 ? En dimension 9 ? En dimension 10 ? Pouvez-vous en déduire une conjecture du temps de calcul d'un déterminant en dimension  $n$ , en fonction de  $n$  ?

**Inverse matricielle**

**Calculs.** Quel est **exactement** l'inverse de la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$  ?

**Formules.** Quel est l'inverse de la matrice  $\begin{pmatrix} \cos(\vartheta) & -\sin(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{pmatrix}$  ?

**Applications.** Discutez suivant les valeurs du paramètre  $\lambda$  des solutions du système :

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = 1 \\ x + y + \lambda z = 1 \end{cases}$$

## **Pour se casse un peu la tête**

Comment avez-vous modéliser le problème et solutionner les "difficultés" ?