

NOM :
Prénom :
Groupe :

Fiche d'avancement

PÉRIODE I : CALCULS MATRICIELLES

Téléchargez le notebook de cette période. Suivez les instructions et exercices qu'il contient et remplissez au fur et à mesure cette fiche.

Matrices

Opérations matricielles. Sur papier, ou éventuellement à l'aide de vos fonctions en python, réaliser l'opération $A(\text{Id} - 2^t B)C$ où $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

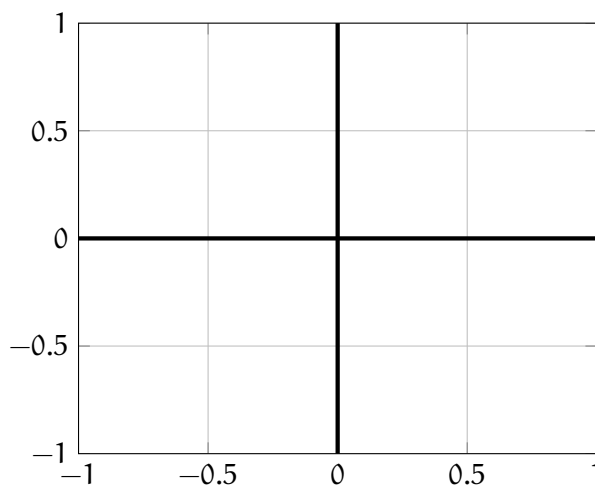
L'exercice de Géométrie.

1. $R(0) =$

$$R\left(\frac{\pi}{2}\right) =$$

$R(\pi) =$

2.



3. $R(\vartheta) \times R(\vartheta') =$

$$R(\vartheta)^2 =$$

4. $R(\vartheta)^n =$

5. Qu'est-ce que la transformation R ?

Déterminant

Le groupe symétrique.

1. Donner la liste des éléments de \mathfrak{S}_4 .

2. $\#\mathfrak{S}_{10} =$

3. $\#\mathfrak{S}_n =$

Signature.

1. Quel est la signature de la permutation $[0, 1, 2, 3, 4]$ de \mathfrak{S}_5 ?

2. Quel est l'image l'application de signature ε ?

Calculs. $\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$

Questions.

1. Quel est la valeur d'un déterminant avec deux lignes identiques ?

2. Déterminer une relation simple entre $\det(A)$ et $\det(xA)$ pour une réel x et $A \in \text{Mat}_n(\mathbb{R})$.

Formules.

$$1. \begin{vmatrix} \cos(\vartheta) & -\sin(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{vmatrix} =$$

$$2. \begin{vmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{vmatrix} =$$

Temps de calcul. Quel est le temps de calcul moyen d'un déterminant en dimension 8 ? En dimension 9 ? En dimension 10 ? Pouvez-vous en déduire une conjecture du temps de calcul d'un déterminant en dimension n , en fonction de n ?

Inverse matricielle

Calculs. Quel est **exactement** l'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$?

Formules. Quel est l'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} \cos(\vartheta) & -\sin(\vartheta) \\ \sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) \end{pmatrix}$?

Applications. Discutez suivant les valeurs du paramètre λ des solutions du système :

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = 1 \\ x + y + \lambda z = 1 \end{cases}$$

Pour se casse un peu la tête

Comment avez-vous modéliser le problème et solutionner les "difficultés" ?