

# Nombre premier

## Travaux Pratiques

Le but de ce TP est d'explorer la **conjecture de Goldbach**.

Tout nombre paire supérieur à 3 est  
la somme de deux nombres premiers

Cette conjecture fut introduite en 1742 lors d'un échange de courrier entre Christian Golbbach (1690-1764) et Leonhard Euler (1707-1783). Cette conjecture résiste aux mathématiciens dont certains ont prouvé des résultats connexes :

**Lev Genrikhovich Schnirelmann** (1905-1938), prouve en 1931 que tout entier paire supérieur à 2 peut être écrit comme la somme d'au plus 20 nombres premiers.

**Terrence Tao** (1975-), mathématicien australien, médaillé Fields en 2006, prouve en 2012 que tout entier impaire strictement plus grand que 1, est somme de cinq nombres premiers au plus.

**Harald Andrés Helfgott** (1977-), mathématicien péruvien, prouve en 2013 que tout entier impaire strictement supérieur à 5 est la somme de 3 nombres premiers.

Il existe deux approches différentes :

**Première approche.** Pour chaque nombre paire  $n$  on cherche deux premiers  $p$  et  $q$  tel que  $n = p + q$ . Puis on parcourt tous les entiers paires  $n$ .

**Seconde approche.** Pour chaque paire de nombre premier  $p$  et  $q$ , on calcul la somme  $n = p + q$  et on constate quel sont les nombres paires atteint.

Dans ces deux approches, le problème de la recherche des nombres premiers est centrale. Cette recherche n'est fondamentalement pas difficile, mais devra être programmée de manière astucieuse pour ne pas consommer trop de temps de calcul et permettre un parcours en profondeur des entiers  $n$ .

Aujourd'hui, tous les entiers paire entre 4 et  $4 \times 10^{18}$  ont été écrits comme somme de deux premiers, mais la *démonstration* résiste toujours !

A vous de jouer !