

## Contrôle 3-B Prédicats et quantificateurs

*La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.*

### Exercice 1

5  
min

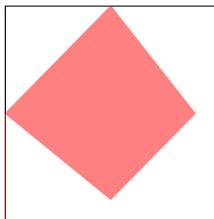
On considère sur un référentiel  $\mathcal{E}$  trois prédicats  $p(x)$ ,  $q(x)$  et  $r(x)$  de classe respectives  $P$ ,  $Q$  et  $R$ . Relier les prédicats de gauche à leur classe à droite.

|  |   |  |   |                                       |
|--|---|--|---|---------------------------------------|
| $(p(x) \vee \neg p(x)) \wedge (p(x) \wedge \neg p(x))$ | • |  | • | $\mathcal{E}$                         |
| $q(x) \wedge (q(x) \vee r(x))$                         | • |  | • | $\emptyset$                           |
| $r(x) \vee \neg r(x)$                                  | • |  | • | $\overline{P \cap Q}$                 |
| $\neg r(x) \vee (p(x) \wedge \neg(q(x) \vee r(x)))$    | • |  | • | $R$                                   |
| $\neg(\neg p(x))$                                      | • |  | • | $(P \cup R) \cap \overline{P \cap R}$ |
| $q(x) \Rightarrow r(x)$                                | • |  | • | $P$                                   |
| $r(x) \wedge r(x)$                                     | • |  | • | $Q$                                   |
| $(p(x) \vee q(x)) \wedge r(x)$                         | • |  | • | $\overline{R}$                        |
| $\neg p(x) \vee \neg q(x)$                             | • |  | • | $(P \cap R) \cup (Q \cap R)$          |
| $\neg p(x) \Leftrightarrow r(x)$                       | • |  | • | $\overline{Q} \cup R$                 |

### Exercice 2

5  
min

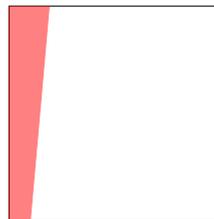
Considérons les cinq sous-ensembles de  $[0, 1]^2$  suivants.



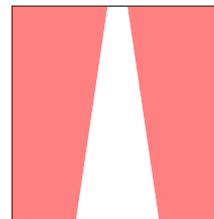
A



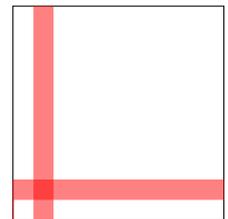
B



C



D



E

Indiquer les valeurs de vérité (1=VRAI, 0=FAUX) des propositions suivantes. Chacune des colonnes représentent un des ensembles précédents.

7

|   | X = A | X = B | X = C | X = D | X = E | X = $\overline{C}$ | X = $\overline{D}$ |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------|--------------------|
| $\forall x, \forall y \quad (x, y) \in X$ | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |                    |                    |
| $\exists y, \forall x \quad (x, y) \in X$ |       |       |       |       |       |                    |                    |
| $\exists x, \forall y \quad (x, y) \in X$ |       |       |       |       |       |                    |                    |
| $\forall x, \exists y \quad (x, y) \in X$ |       |       |       |       |       |                    |                    |
| $\forall y, \exists x \quad (x, y) \in X$ |       |       |       |       |       |                    |                    |
| $\exists x, \exists y \quad (x, y) \in X$ | 1     | 1     | 1     | 1     | 1     |                    |                    |

### Exercice 3

On considère sur  $\mathbb{R}$  les prédicats  $p(x) = (x > 5)$  et  $q(x) = (x \geq 4)$ . Déterminer la classe des prédicats suivants.

|                            |   |  |     |
|----------------------------|---|--|-----|
| 1. $p(x)$                  | 1 | 7. $\exists y(p(x+y) \Rightarrow q(x))$  | 0.5 |
| 2. $q(x)$                  | 1 |  |     |
| 3. $p(x) \Rightarrow q(x)$ | 1 | 8. $\forall y(p(x+y) \Rightarrow q(x))$  | 0.5 |
| 4. $q(y) \Rightarrow p(y)$ | 1 | 9. $\exists x(p(x+y) \Rightarrow q(x))$  | 0.5 |
| 5. $\neg p(x) \wedge q(x)$ | 1 |  |     |
| 6. $\neg q(y) \vee p(y)$   | 1 | 10. $\forall x(p(x+y) \Rightarrow q(x))$ | 0.5 |