

NOM :  
PRENOM :  
GROUPE :

## Contrôle B Algèbre de Boole

Janvier 2019

*La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.*

### Exercice 1

5  
min

[QUESTION DE COURS]

Écrire, dans une algèbre de Boole quelconque, les deux relations dites *de Morgan*.

2

### Exercice 2

15  
min

Dans une algèbre de Boole quelconque  $(\mathbb{B}, 0, 1, +, \times, \bar{\bullet})$ , on considère l'opération *de non-ou (NOR)* :

$$\forall a, b \in \mathbb{B}, \quad a \downarrow b = \overline{a + b}$$

1. Considérons l'algèbre de Boole  $(\mathcal{P}, \perp, \top, \vee, \wedge, \neg)$  du calcul propositionnel. Pour deux propositions  $p$  et  $q$  donner la table de vérité de  $p \downarrow q$ .

1

2. Calculer :

(a)  $a \downarrow 0$

1

(b)  $a \downarrow 1$

1

(c)  $a \downarrow a$

1

(d)  $a \downarrow \bar{a}$

1

3. Montrer que  $(a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow c) = a + (b \times c)$ .

3

### Exercice 3

15  
min

Soit  $\mathbb{D} = \mathcal{D}^+(25)$  l'ensemble des diviseurs positifs de 25. On munit cet ensemble des opérations suivantes :

- $a + b = \text{PPCM}(a, b)$
- $a \times b = \text{PGCD}(a, b)$
- $\bar{a} = \frac{25}{a}$

1. Déterminer l'ensemble  $\mathbb{D}$ .

2

2. Donner les tables d'additions, de multiplication et de complémentation.

5

+			

×			

a		$\bar{a}$

3. Expliquer pourquoi  $\mathbb{D}$  n'est pas une algèbre de Boole.

3