

NOM :  
PRENOM :  
GROUPE :

# Contrôle A

## Algèbre de Boole

Janvier 2019

*La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.*

### Exercice 1

5  
min

[QUESTION DE COURS]

Écrire, dans une algèbre de Boole quelconque, les deux relations dites *d'absorption 2*.

2

### Exercice 2

15  
min

Dans une algèbre de Boole quelconque  $(\mathbb{B}, 0, 1, +, \times, \bar{\cdot})$ , on considère l'opération *somme disjonctive* :

$$\forall \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{B}, \quad \mathbf{a} \oplus \mathbf{b} = (\bar{\mathbf{a}} \times \mathbf{b}) + (\mathbf{a} \times \bar{\mathbf{b}})$$

1. Soit  $\mathcal{E}$  un ensemble. Considérons l'algèbre de Boole  $(\mathcal{P}(\mathcal{E}), \emptyset, \mathcal{E}, \cup, \cap, \bar{\cdot})$  des parties de  $\mathcal{E}$ . Pour deux sous-ensembles  $A$  et  $B$  de  $\mathcal{E}$  donner le diagramme de Venn représentant  $A \oplus B$ .

1

2. Calculer :

(a)  $\mathbf{a} \oplus 0$

1

(b)  $\mathbf{a} \oplus 1$

1

(c)  $\mathbf{a} \oplus \mathbf{a}$

1

(d)  $\mathbf{a} \oplus \bar{\mathbf{a}}$

1

3. Montrer que  $(a \oplus b) \oplus (a \oplus c) = b \oplus c$ .

3

**Exercice 3**

15  
min

Soit  $\mathbb{D} = \mathcal{D}^+(9)$  l'ensemble des diviseurs positifs de 9. On munit cet ensemble des opérations suivantes :

- $a + b = \text{PPCM}(a, b)$
- $a \times b = \text{PGCD}(a, b)$
- $\bar{a} = \frac{9}{a}$

1. Déterminer l'ensemble  $\mathbb{D}$ .

2

2. Donner les tables d'additions, de multiplication et de complémentation.

5

+				

×				

a			$\bar{a}$	

3. Expliquer pourquoi  $\mathbb{D}$  n'est pas une algèbre de Boole.

3