NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle 3
Démonstration

Novembre 2014

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.
La calculatrice n'est pas autorisée

Exercice 1 — 10 min

Démontrer par récurrence que 8

$$\forall n \in \mathbb{N},\ 2^n \geqslant n+1$$

Exercice 2 — 20 min

On va démontrer par l'absurde que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

1. Compléter la table de vérité suivante 2

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \Rightarrow \neg q$	$\neg p \Rightarrow q$	$(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg p \Rightarrow q)$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

2. Déduire de la question précédente l'expression simplifier de $(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg p \Rightarrow q)$. 1

3. Retrouver le résultat précédent en utilisant et EN CITANT, les règles de simplification des propositions (CANDIMATICA). 2

4. On considère p="$\sqrt{2}$ est irrationnel", q="$\sqrt{2} = a/b$ où a et b ne sont pas paire en même temps".
   (a) Justifier que $\neg p \Rightarrow q$. 1

   (b) i. Montrer par contraposé que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, si n^2 est paire alors n est paire. 2.5

      ii. En utilisant la proposition précédente, montrer que $\neg p \Rightarrow \neg q$. 2.5

5. Conclure en utilisant les résultats précédent et la question 2. 1