
Un concert covidé !

Une réponse, même juste, qui ne serait pas dument justifiée ne rapportera aucun point.

Cet été un groupe dix amis décident d'assister à un concert de Wejdene dans un champs. Mais le covid est de la partie et il y a des probabilité de contamination. En fonction de l'endroit où ils se trouvent dans le champs et de leur voisin, il n'y a pas les même probabilité.

On a résumé la situation dans un graphe orienté \mathcal{G} , dont les sommets représentent les dix amis et les arcs, les probabilité de contamination exprimé en pourcentage. Si cette probabilité vaut 0 c'est parce qu'ils sont suffisamment loin l'un de l'autre. Ainsi, la probabilité que a contamine b est 1%.

Usuellement la probabilité que d contamine f puis que f contamine g est le résultat du produit des probabilités $4\% \times 6\%$. Cependant, le caractère aéroporté du virus engendre des modifications de critère de combinaison de ces probabilités et la probabilité que d contamine f puis que f contamine g es le résultat **de la somme** des probabilités $4\% + 6\% = 10\%$; de même pour tous les autres sommets et arcs.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
a	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	3	0	6	9	0	0
c	0	0	0	0	2	3	4	0	0	0
d	0	0	0	0	0	4	5	0	0	9
e	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0
g	0	0	0	0	0	0	0	3	2	1
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Les chemins de $|\mathcal{G}|$, le graphe désorienté de \mathcal{G} , sont appelés les **chemins de contamination**.

Partie I : Résultats préliminaires.

- (a) Appliquer l'algorithme de filtration par les sources. Indiquez les différents niveaux de source que vous obtenez.

1.5

- (b) En déduire une représentation sagittale planaire par les différents niveaux de sources.

1

Partie II : Histoires !

1. L'individu **a** est positif au covid-19 et les autres sont sains. Quelle est la plus petite probabilité que l'individu **j** soit contaminé au cours de ce concert? 1

2. Aucun des amis n'est vacciné, mais à l'entrée du concert, on leur propose une dose de vaccin. Cependant, à cause du *"tu hors de ma vue"*, il est certain que le virus va muter sauf si deux amis voisins n'ont pas reçu le même type de vaccin (parmi *Astra Zeneca, Pfizer BioNtech, Moderna, Sputnik-V, Jansen*). Combien de type de vaccin différent faut-il disposer pour être sûr que le virus ne va pas muter entre ces dix amis. Qui devra être vacciné avec quel vaccin? 1.5

3. Étant donné un groupe d'individu, on définit le **degrés de contamination** comme la somme de toutes les probabilités de contamination entre eux.
Il est possible de déplacer les individus d'un groupe pour qu'ils soient suffisamment loin les uns des autres et que les probabilités de contamination tombent à 0, mais dans ce cas les individus de ce groupe ne peuvent plus se parler et s'ennuient.
On dira donc qu'un groupe **ne s'ennuie pas** si chaque individu du groupe peut parler à au moins un autre individu après avoir été déplacés de telle sorte que chacun puisse faire passer un message à n'importe quel autre membre du groupe.
 - (a) Quel est le degrés de contamination du groupe d'amis de cet exercice. 0.5

 - (b) Quel est le plus petit degrés de contamination possible si l'on déplace les individus de ce groupe? 0.5

 - (c) Quel est le plus petit degrés de contamination possible si l'on déplace les individus de ce groupe en faisant en sorte que le groupe ne s'ennuie pas? 1

Partie III : Au choix. Choisissez un des trois problème ci dessous et résolvez le.

Si vous aviez le temps d'en faire plus cela ne s'ajoutera pas à votre capital de point.

1. Un soda, un sandwich, du popcorn, un paquet de bonbon, une barbe à papa et une part de pizza on été acheté et 6 amis de ce groupe veulent leur part. Cependant, à cause du coronavirus, ils décident de ne pas partager ces cochonneries mais de donner la part entière à chacun. Ces 6 amis ont pourtant quelques préférences que l'on a résumé ci-contre
Plus la valeur est petite, plus le souhait d'obtenir une cochonnerie est forte. A qui doit-on donner quelle cochonnerie pour que la satisfaction de ce groupe d'ami soit au mieux. Vous justifierez précisément que la distribution choisie est la meilleure (par l'utilisation d'un algorithme adapté).

	a	m	i	g	o	s
soda	4	2	2	7	4	3
sandwich	5	2	5	8	3	5
bonbon	2	4	5	8	7	7
barbeapapa	9	8	8	9	5	6
pizza	1	4	1	8	5	9
popcorn	1	4	8	9	3	8

2. Au moment du "*Je t'aime de ouf*", deux amis s'ennuient et décident de jouer à un jeu. Ils font trois tas de deux popcorns. A tour de rôle, ils prennent, un popcorn dans un tas ou un popcorn dans tous les tas. Le gagnant est celui qui prend le dernier popcorn.

Les états de ce jeu se résume sous la forme d'un triplet que l'on note xyz , x représentant le nombre de popcorn dans le premier tas de 2, y le nombre de popcorn dans le second tas de 2 et z dans le troisième tas de 2.

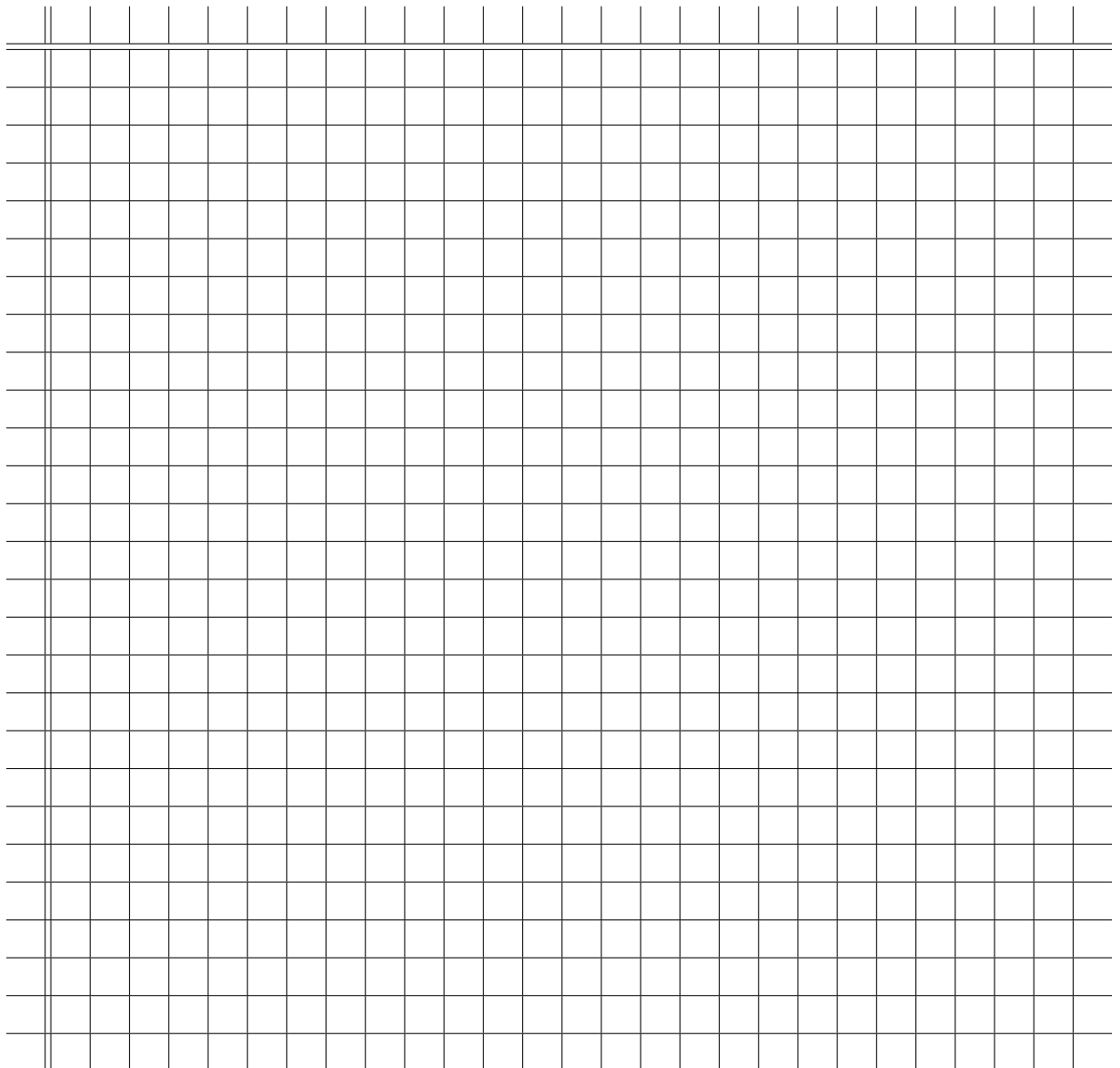
(a) Donner la liste des 27 états du jeu rangé dans l'ordre lexicographique.

000			010					022
								222

1.5

(b) Donner la matrice associée à ce jeu. Un arc représentant le jeu d'un des deux joueurs.

1.5



(c) Pour avoir une stratégie non perdante à ce jeu, faut-il commencer la partie? Justifiez très précisément. 2

3. Une chanson vous provoque une diarrhée foudroyante. Une fois votre affaire fini au toilette, vous vous rendez compte que le distributeur de papier est bien étrange. Il y est surplombé de trois diodes de couleurs différentes (rouge, bleue et verte) et trois interrupteurs numérotés 1, 2 et 3 avec l'instruction : *Quand toutes diodes seront allumées, nous vous donneront de quoi vous torcher !*.

Les diodes peuvent être dans deux états : allumées ou éteintes. L'action sur un interrupteur change l'état d'une ou plusieurs diodes résumé dans le tableau ci dessous où l'on note \emptyset pour signaler que les trois diodes sont éteintes, **R** lorsque uniquement la diode rouge est allumée, **V** pour la verte seule, **B** pour la bleue et **RV**, **VB** etc pour les combinaisons de diodes allumées.

	1	2	3
\emptyset	R	V	B
R	RV, V	V	B
V	B	B	B
B	RV, \emptyset	B	\emptyset
RV	B	R, V	RVB, B
RB	RB	RB	RB
VB	VB	VB	VB
RVB	\emptyset	\emptyset	\emptyset

Les diodes sont initialement toutes éteintes.

- (a) Cet automate est-il déterministe? 0.25
- (b) Quel est l'état initial de cet automate? 0.25
- (c) Quel est l'état final de cet automate? 0.25
- (d) L'automate est-il complet? 0.25
- (e) Appliquer l'algorithme de détermination et donner la matrice de l'automate déterministe associé. 3

	1	2	3
$\rightarrow \{\emptyset\}$			

- (f) Quelle suite d'interrupteur faut-il pousser pour obtenir le précieux papier? 1