

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
d ⁺ (•)									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

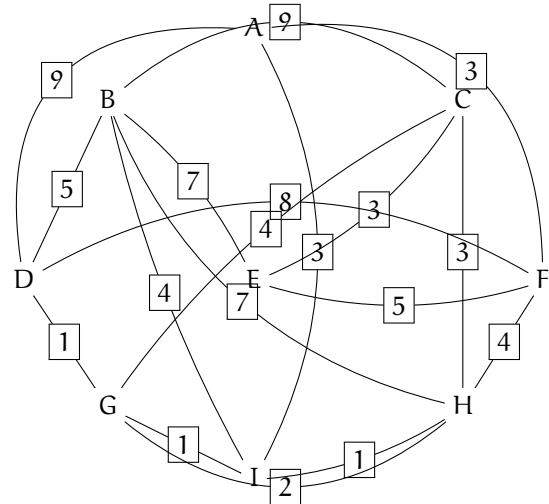
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
d ⁺ (•)									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

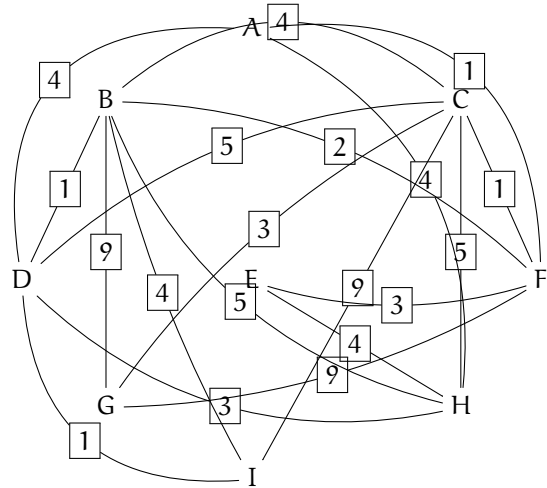
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

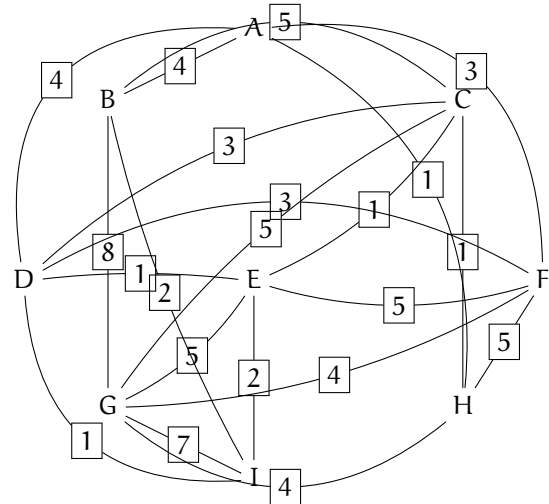
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

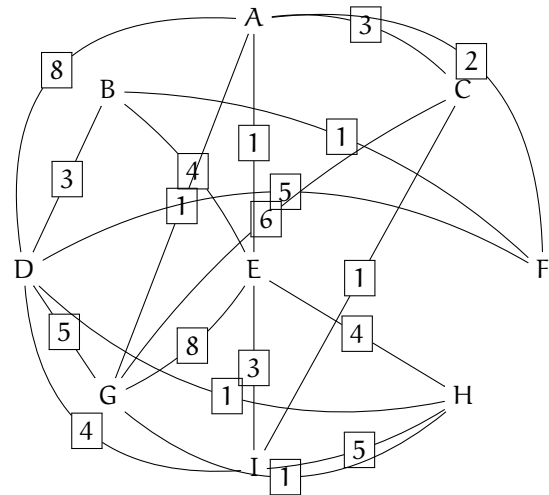
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en 0.5 cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

\bullet	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdall, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdall.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

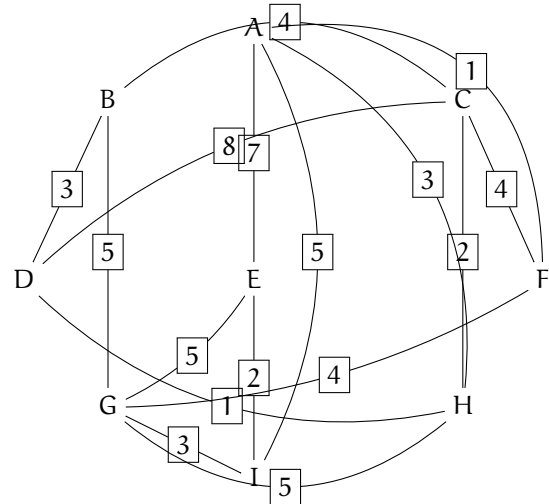
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés Avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour émettre à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des Avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

(b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

(c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdall, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdall.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

	•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$										

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

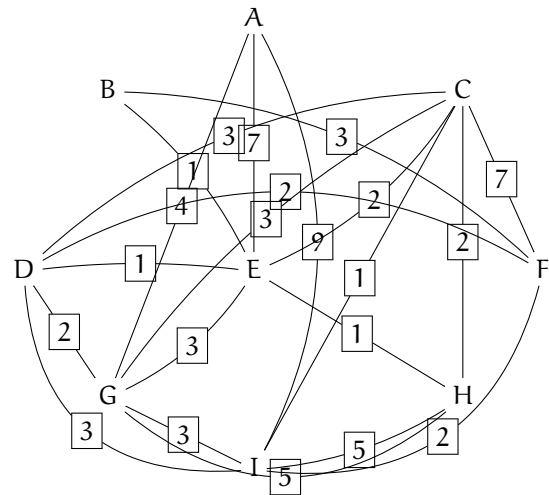
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

(b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

(c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

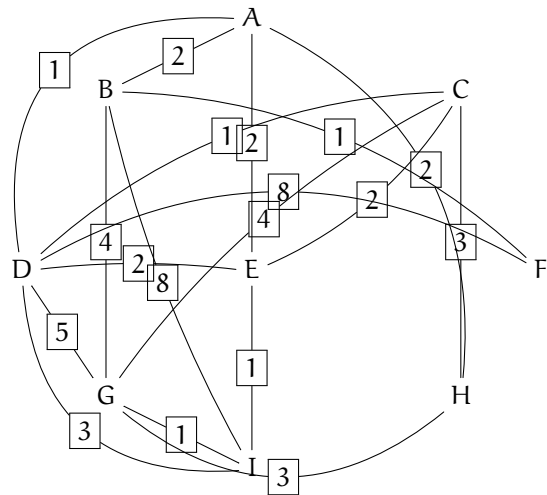
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

	•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$										

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdall, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdall. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

(b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

(c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

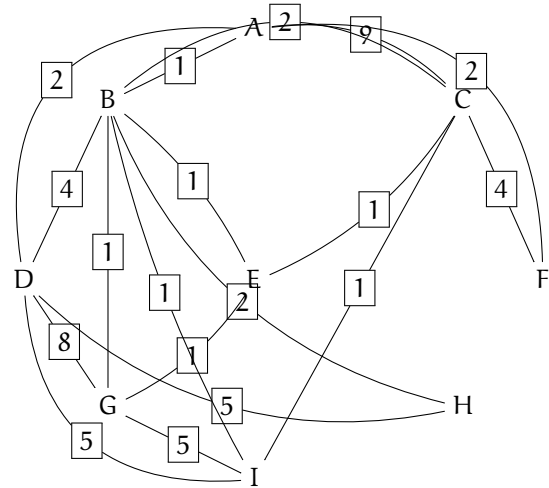
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

	•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$										

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

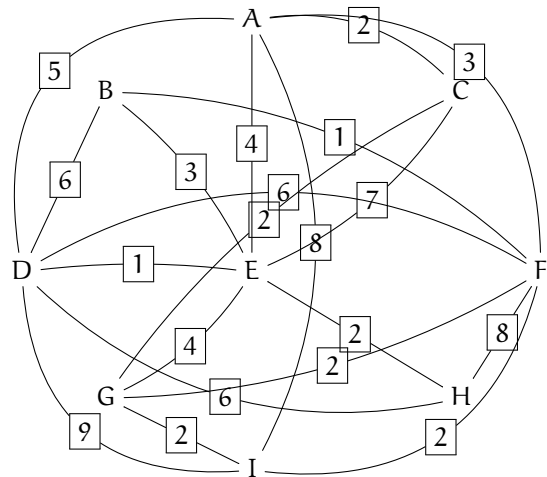
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en G mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

	•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$										

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

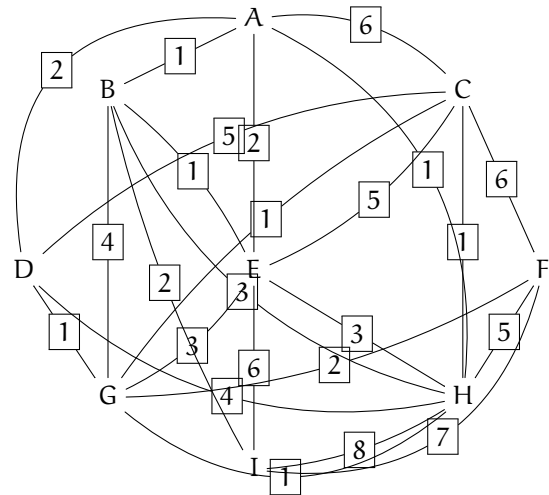
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

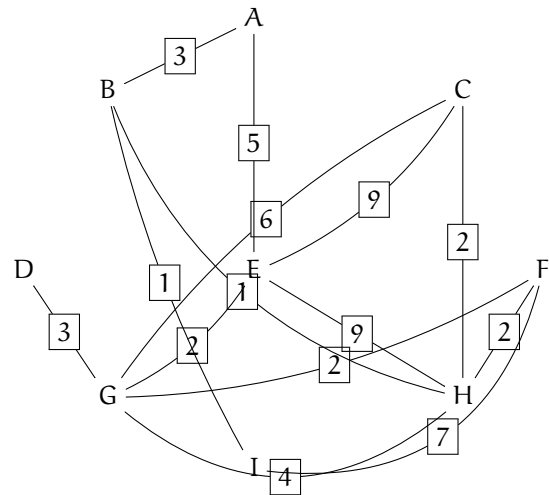
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villeteuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
d ⁺ (•)									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

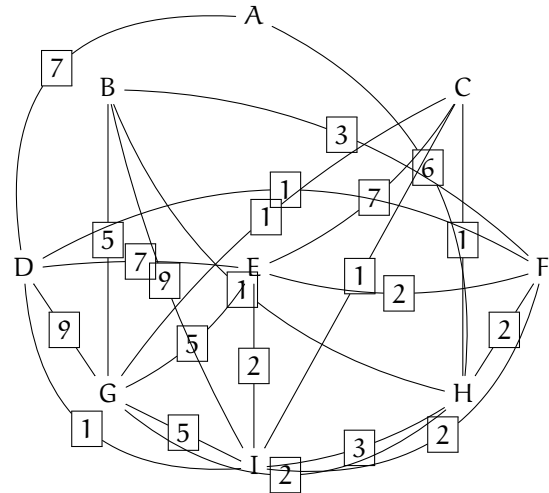
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

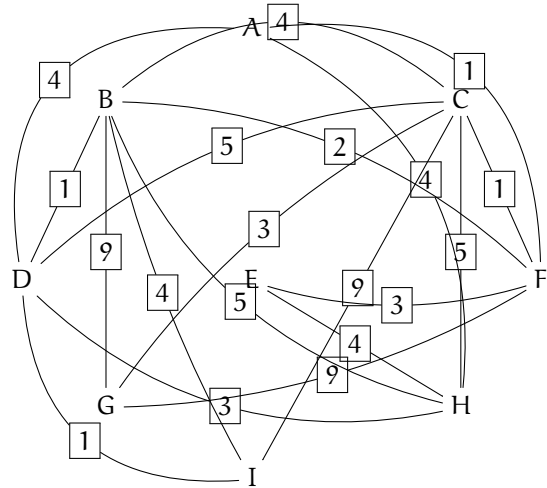
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

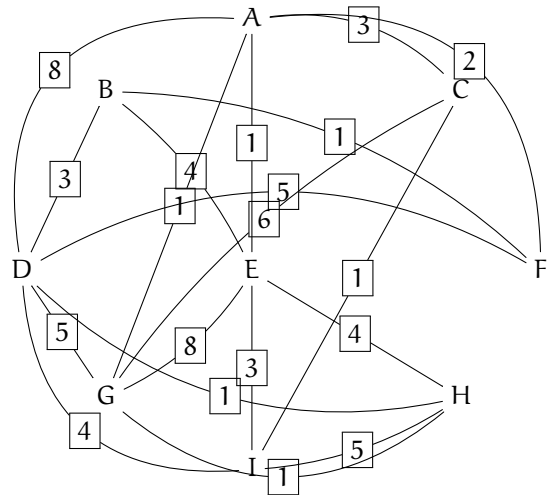
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

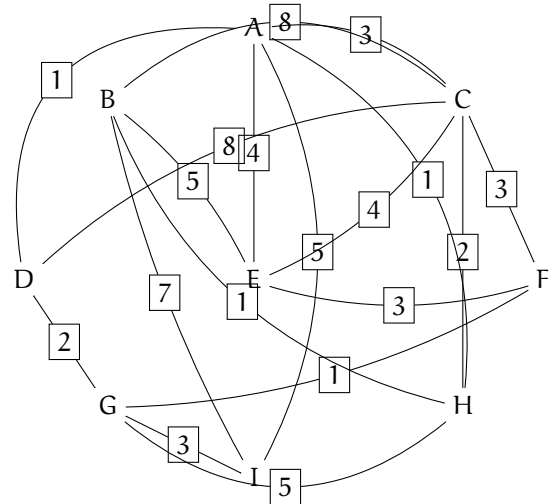
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

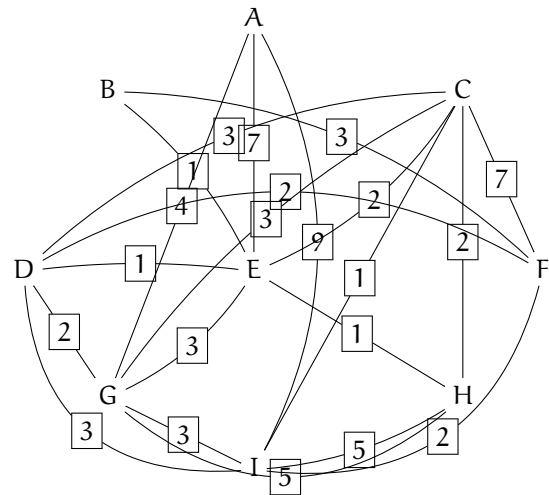
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

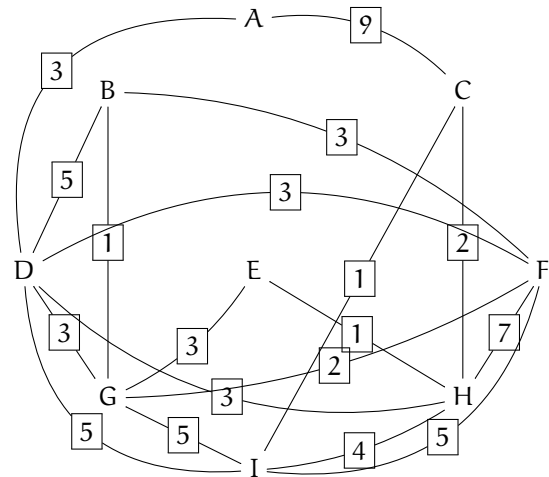
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

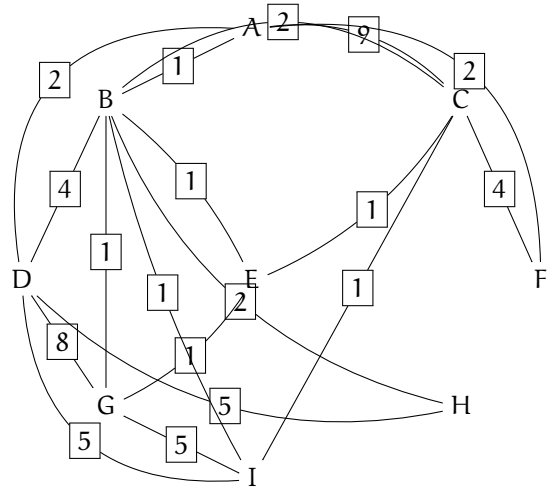
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en G mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés Avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des Avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

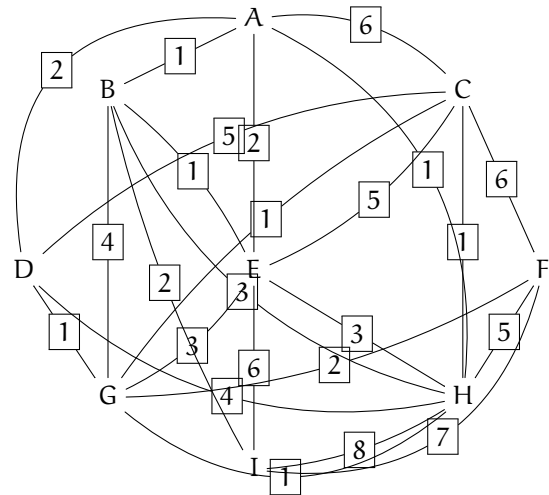
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

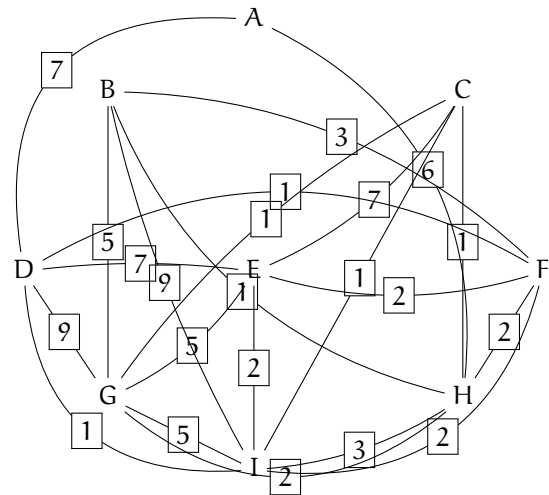
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

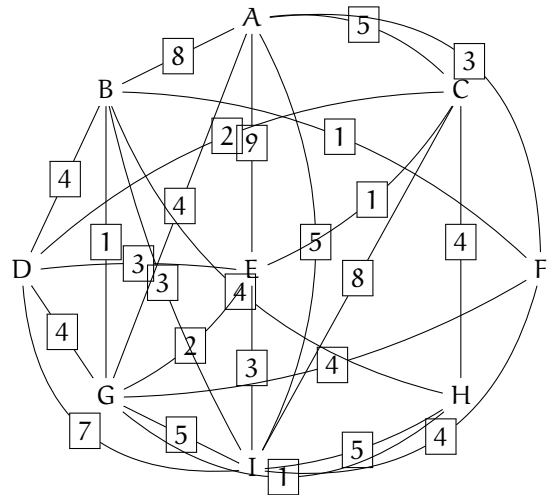
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

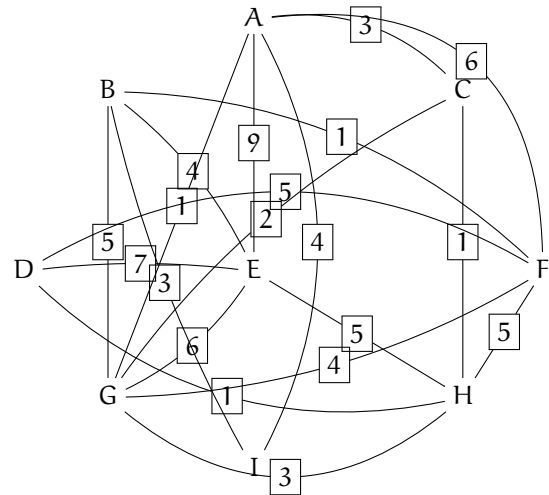
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyryon ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en 0.5 cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

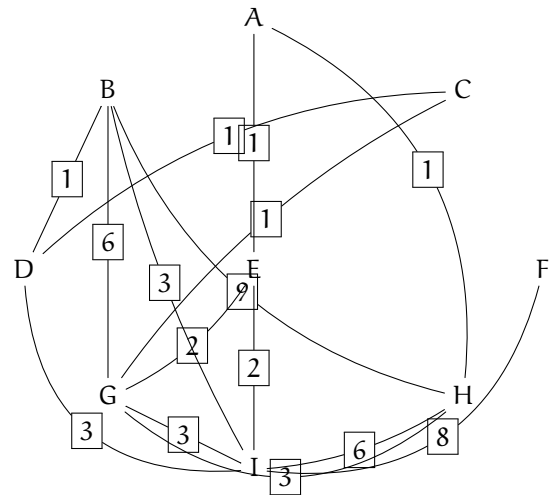
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

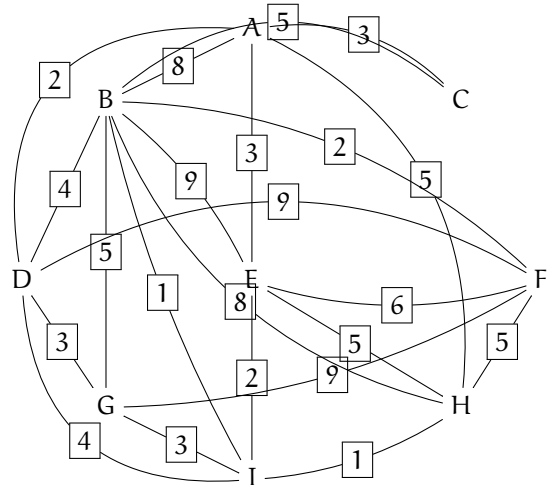
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés Avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des Avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

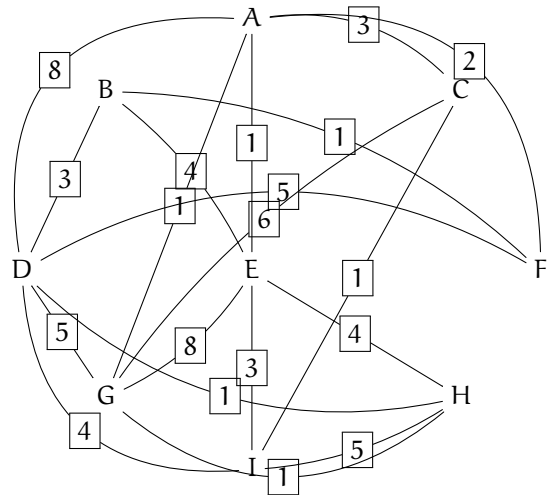
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

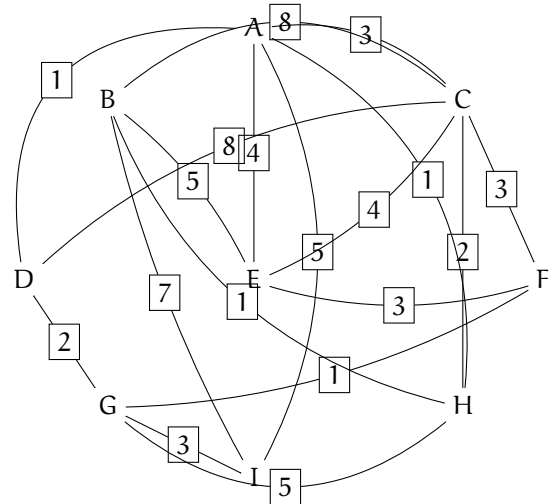
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

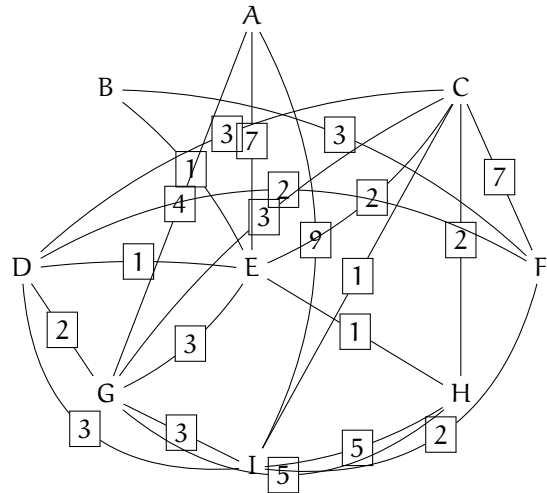
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en G mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

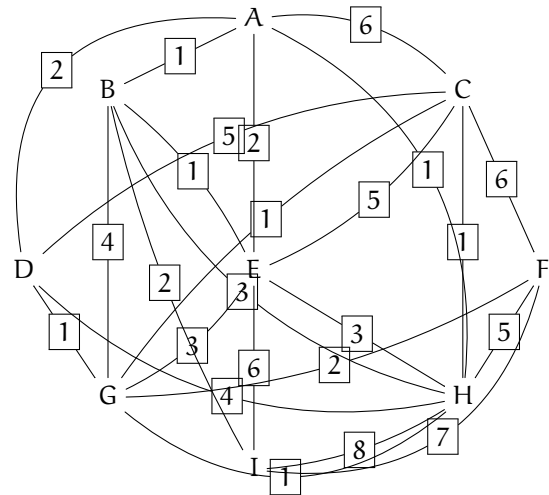
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villeteuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

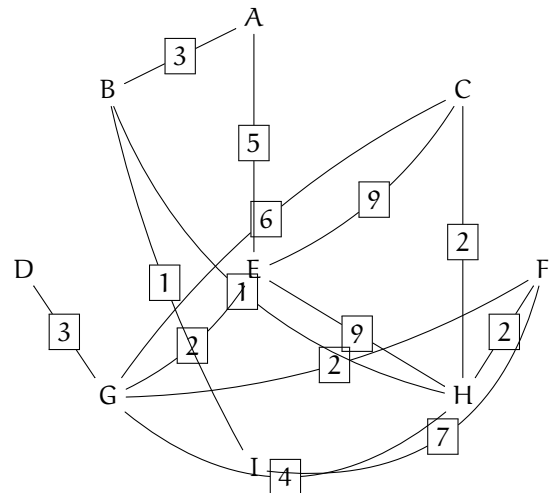
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villeteuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en H mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

DSAT ₁									
DSAT ₂									
DSAT ₃									
DSAT ₄									
DSAT ₅									
DSAT ₆									
DSAT ₇									
DSAT ₈									
DSAT ₉									
Coul									

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
d ⁺ (•)									

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

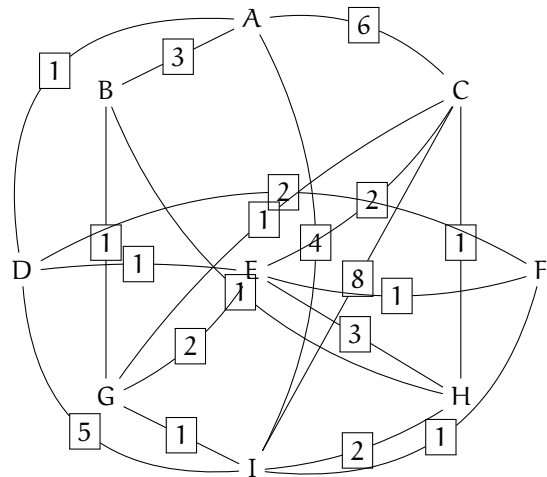
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

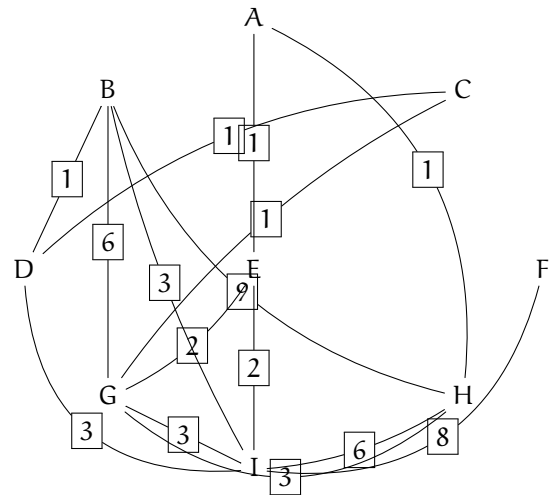
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyryon ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

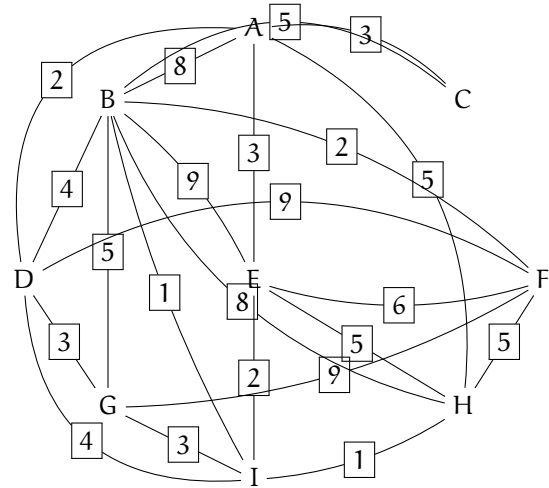
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villeteuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

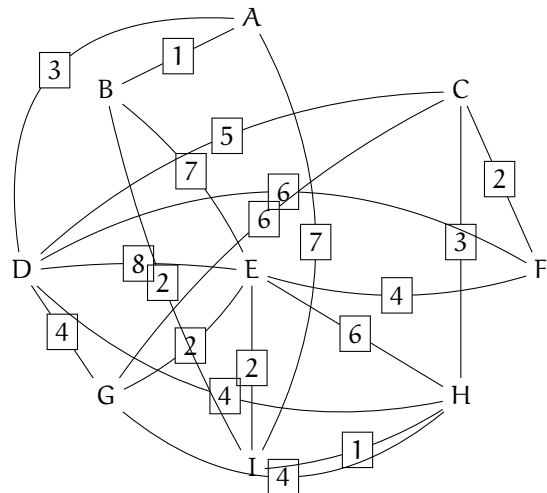
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyryon ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

	A	B	C	D	E	F	G	H	I

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Contrôle Graphes Correction du sujet 1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

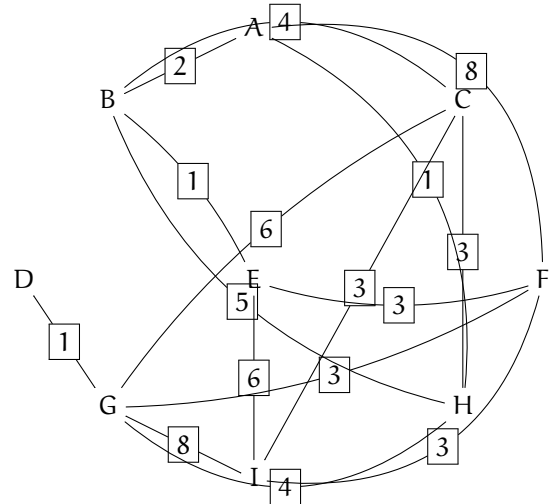
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	2	0	0	0	8	0	1	0
B	2	0	4	0	1	0	0	5	0
C	0	4	0	0	0	0	6	3	3
D	0	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	3	0	0	6
F	8	0	0	0	3	0	3	0	3
G	0	0	6	1	0	3	0	4	8
H	1	5	3	0	0	0	4	0	0
I	0	0	3	0	6	3	8	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	3	X	5		X	3		6	6
A	X	X	5		X	3		4	6
F	X	X	5		X	X	6	4	6
H	X	X	5		X	X	6	X	6
C	X	X	X		X	X	6	X	6
G	X	X	X	7	X	X	X	X	6
I	X	X	X	7	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	2	X	4		X	3		5	6
A	X	X	4		X	3		1	6
H	X	X	3		X	3	4	X	6
C	X	X	X		X	3	4	X	3
F	X	X	X		X	X	3	X	3
G	X	X	X	1	X	X	X	X	3
D	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	1	3	4	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	G	B	C	F	H	I	A	E	D
DSAT ₁	5	4	4	4	4	4	3	3	1
DSAT ₂	■	4	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	■	2	1	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	1	3	2	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	1	■	2	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	2	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	1	2	2	3	3	4	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre E et G. Par exemple :

AFGIFEBHABCHGEICGDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FE\}, \{GF\}, \{HA\}, \{IC\}$$

Son poids est de 17 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 17 = 1700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		3		X		4	2	
A	X	4	3	4	X	4	4	2	
H	X	4	3	4	X	4	4	X	3
C	X	3	X	4	X	1	4	X	3
F	X	3	X	4	X	X	2	X	3
G	X	3	X	4	X	X	X	X	3
B	X	X	X	4	X	X	X	X	3
I	X	X	X	4	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	5	4	4	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	F	H	A	D	E	G	I
DSAT ₁	5	5	5	5	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	4	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	4	1	1
DSAT ₄	■	2	2	3	3	■	■	2	1
DSAT ₅	■	3	2	■	3	■	■	2	2
DSAT ₆	■	■	3	■	3	■	■	2	3
DSAT ₇	■	■	■	■	4	■	■	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	2	2	3	1	1	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et G. On ajoute une arête entre F et H. On ajoute une arête entre C et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AECHEGFHICFBGDHBIADFABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BC\}, \{CE\}, \{DA\}, \{FC\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IH\}$$

Son poids est de 19 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 19 = 1900$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 3

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

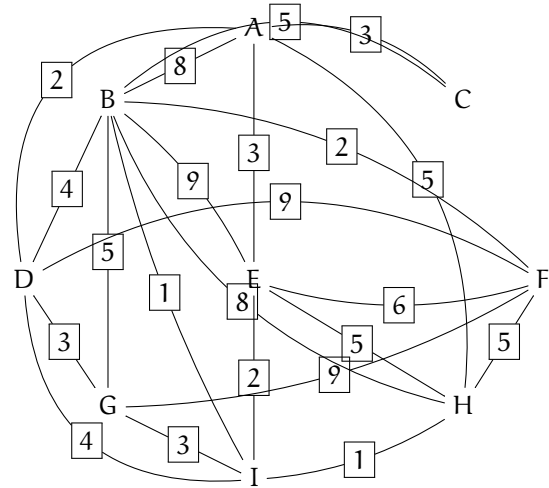
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	8	3	2	3	0	0	5	0
B	8	0	5	4	9	2	5	8	1
C	3	5	0	0	0	0	0	0	0
D	2	4	0	0	0	9	3	0	4
E	3	9	0	0	0	6	0	5	2
F	0	2	0	9	6	0	9	5	0
G	0	5	0	3	0	9	0	0	3
H	5	8	0	0	5	5	0	0	1
I	0	1	0	4	2	0	3	1	0

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	3		6	X	6	5	3	X
A	X	3	6	5	X	6	5	3	X
B	X	X	6	5	X	5	5	3	X
H	X	X	6	5	X	5	5	X	X
D	X	X	6	X	X	5	5	X	X
F	X	X	6	X	X	X	5	X	X
G	X	X	6	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	1		4	X	6	3	1	X
B	3	X	5	4	X	2	3	1	X
H	3	X	5	4	X	2	3	X	X
F	3	X	5	4	X	X	3	X	X
A	X	X	3	2	X	X	3	X	X
D	X	X	3	X	X	X	3	X	X
C	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	8	2	5	5	5	4	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	A	D	E	F	H	I	G	C
DSAT ₁	8	5	5	5	5	5	5	4	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	2	2	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	3	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	3	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	4	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	4	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	3	2	4	2	4	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre D et E. On ajoute une arête entre H et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AFGIHFBGDEFDIBHADBEABCHEICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EIBF d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 4

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

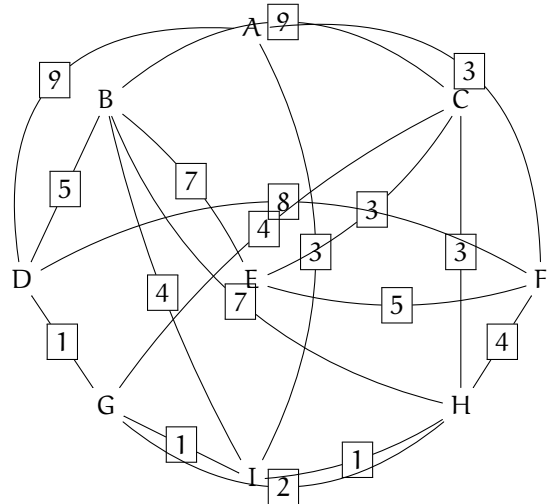
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	9	0	3	0	0	3
B	0	0	9	5	7	0	0	7	4
C	0	9	0	0	3	0	4	3	0
D	9	5	0	0	0	8	1	0	0
E	0	7	3	0	0	5	0	0	0
F	3	0	0	8	5	0	0	4	0
G	0	0	4	1	0	0	0	2	1
H	0	7	3	0	0	4	2	0	1
I	3	4	0	0	0	0	1	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	7	6	
F	8	7	X	13	X	X	7	6	
H	8	7	X	13	X	X	7	X	7
B	8	X	X	12	X	X	7	X	7
G	8	X	X	8	X	X	X	X	7
I	8	X	X	8	X	X	X	X	X
A	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	4	3	
H		7	X		X	4	2	X	1
I	3	4	X		X	4	1	X	X
G	3	4	X	1	X	4	X	X	X
D	3	4	X	X	X	4	X	X	X
A	X	4	X	X	X	3	X	X	X
F	X	4	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	4	3	4	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	H	C	D	F	G	I	A	E
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	■	4	1	1	2
DSAT ₄	■	3	2	3	■	■	2	1	2
DSAT ₅	■	■	3	3	■	■	3	1	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	3	1	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	2	1	1	3	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé reviens à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre E et H. Par exemple :

AFDGHIGCHBIABCEFHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est ECGD d'un coût de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2			1	X				
D	2		1	X	X		2	5	
C	1		X	X	X		2	5	
A	X		X	X	X	2	2	5	
F	X	3	X	X	X	X	2	2	3
G	X	3	X	X	X	X	X	2	3
H	X	1	X	X	X	X	X	X	1
B	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	2	2	5	2	5	3	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	D	F	H	A	G	B	C	E	I
DSAT ₁	5	5	5	4	3	2	2	2	2
DSAT ₂	■	5	1	1	1	2	1	1	2
DSAT ₃	■	■	2	2	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	2	3	2	1	1	2
DSAT ₅	■	■	■	2	■	2	1	1	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	2	3	3	3	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

BFHIFGHBGDHAEDFACDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 5 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AC\}, \{BH\}, \{CD\}, \{DE\}, \{FA\}, \{GD\}, \{HF\}, \{IH\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 6

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

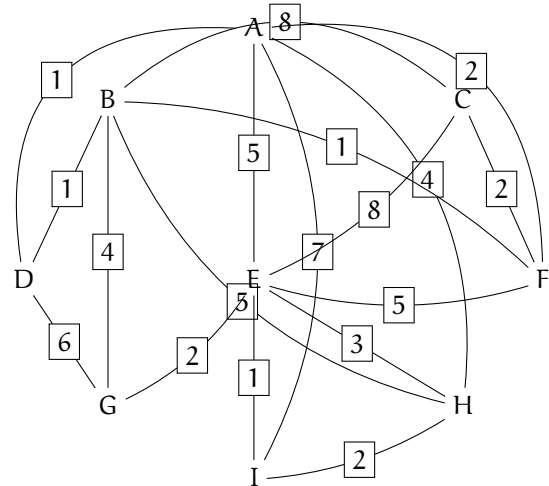
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	1	5	2	0	4	7
B	0	0	8	1	0	1	4	5	0
C	0	8	0	0	8	2	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	6	0	0
E	5	0	8	0	0	5	2	3	1
F	2	1	2	0	5	0	0	0	0
G	0	4	0	6	2	0	0	0	0
H	4	5	0	0	3	0	0	0	2
I	7	0	0	0	1	0	0	2	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	3	X
G	5	6	8	8	X	5	X	3	X
H	5	6	8	8	X	5	X	X	X
A	X	6	8	6	X	5	X	X	X
F	X	6	7	6	X	X	X	X	X
B	X	X	7	6	X	X	X	X	X
D	X	X	7	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	2	X
G	5	4	8	6	X	5	X	2	X
H	4	4	8	6	X	5	X	X	X
A	X	4	8	1	X	2	X	X	X
D	X	1	8	X	X	2	X	X	X
B	X	X	8	X	X	1	X	X	X
F	X	X	2	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	3	3	6	4	3	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	E	A	B	F	H	C	D	G	I
DSAT ₁	6	5	5	4	4	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	3	1	1
DSAT ₃	■	1	■	2	2	2	1	2	1
DSAT ₄	■	2	■	■	2	3	1	2	1
DSAT ₅	■	2	■	■	2	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	■	3	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	3	1	2	2	3	2	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AHBDGBFEHIEGIAECFABCD

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BD\}, \{CF\}, \{DA\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E					X	3		4	
F	1	2	1		X	X	9	4	
A	X	2	1	4	X	X	9	4	
C	X	2	X	4	X	X	3	4	9
B	X	X	X	1	X	X	3	4	4
D	X	X	X	X	X	X	3	3	1
I	X	X	X	X	X	X	3	3	X
G	X	X	X	X	X	X	X	3	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	6	6	5	2	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	B	C	D	F	H	A	G	I	E
DSAT ₁	6	6	5	5	5	3	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	3	1	1	2
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	1	1	2
DSAT ₄	■	2	■	2	3	■	1	2	2
DSAT ₅	■	3	■	2	■	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	3	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AGBHCIBFCGFEHADHIDBCDFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFBDI d'un coût de $7 \times 100 = 700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 8

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

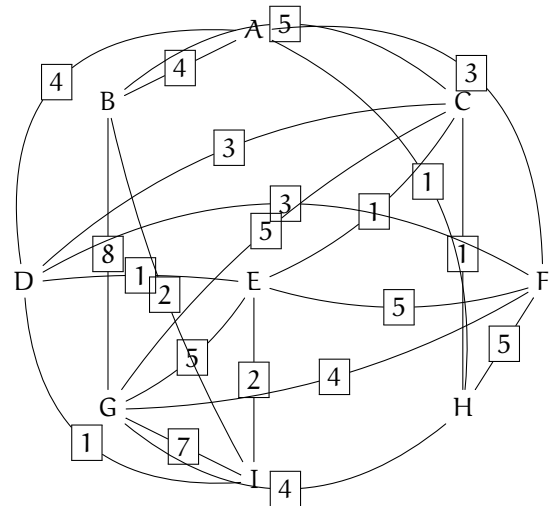
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	4	0	4	0	3	0	1	0
B	4	0	5	0	0	0	8	0	2
C	0	5	0	3	1	0	5	1	0
D	4	0	3	0	1	3	0	0	1
E	0	0	1	1	0	5	5	0	2
F	3	0	0	3	5	0	4	5	0
G	0	8	5	0	5	4	0	4	7
H	1	0	1	0	0	5	4	0	0
I	0	2	0	1	2	0	7	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		6	X	1	X	5	5	2	2
D	5	6	X	X	X	4	5	2	2
H	3	6	X	X	X	4	5	X	2
I	3	4	X	X	X	4	5	X	X
A	X	4	X	X	X	4	5	X	X
B	X	X	X	X	X	4	5	X	X
F	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		5	X	1	X	5	5	1	2
D	4	5	X	X	X	3	5	1	1
H	1	5	X	X	X	3	4	X	1
A	X	4	X	X	X	3	4	X	1
I	X	2	X	X	X	3	4	X	X
B	X	X	X	X	X	3	4	X	X
F	X	X	X	X	X	X	4	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	5	5	5	5	6	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	C	D	E	F	A	B	H	I
DSAT ₁	6	5	5	5	5	4	4	4	4
DSAT ₂	■	1	5	1	1	4	1	1	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	1	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	1	2	2	3
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	1	3	2	4	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et F. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et E. Par exemple :

AFCEGFHGIEBDEFDIBGCHABCDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est ECHA d'un coût de $3 \times 100 = 300$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 9

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

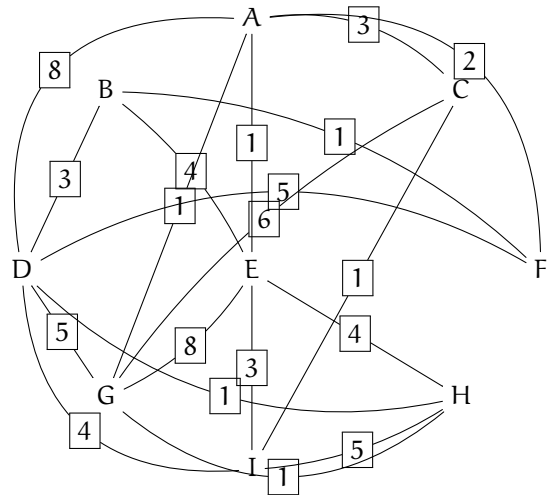
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0. 0.5
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	8	1	2	1	0	0
B	0	0	0	3	4	1	0	0	0
C	3	0	0	0	0	0	6	0	1
D	8	3	0	0	0	5	5	1	4
E	1	4	0	0	0	0	8	4	3
F	2	1	0	5	0	0	0	0	0
G	1	0	6	5	8	0	0	1	0
H	0	0	0	1	4	0	1	0	5
I	0	0	1	4	3	0	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	4	9	X	3	2	4	3
G	X	4	4	7	X	3	X	3	3
F	X	4	4	7	X	X	X	3	3
H	X	4	4	4	X	X	X	X	3
I	X	4	4	4	X	X	X	X	X
B	X	X	4	4	X	X	X	X	X
C	X	X	X	4	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	3	8	X	2	1	4	3
G	X	4	3	5	X	2	X	1	3
H	X	4	3	1	X	2	X	X	3
D	X	3	3	X	X	2	X	X	3
F	X	1	3	X	X	X	X	X	3
B	X	X	3	X	X	X	X	X	3
C	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	3	3	6	5	3	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	D	A	E	G	H	I	B	C	F
DSAT ₁	6	5	5	5	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	2	2	3	1
DSAT ₄	■	3	■	3	2	3	2	■	1
DSAT ₅	■	■	■	4	2	3	2	■	2
DSAT ₆	■	■	■	■	3	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	1	3	2	3	2	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et G. Par exemple :

AFBEHIEGACGDFGHDICEABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAGHD d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 10

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

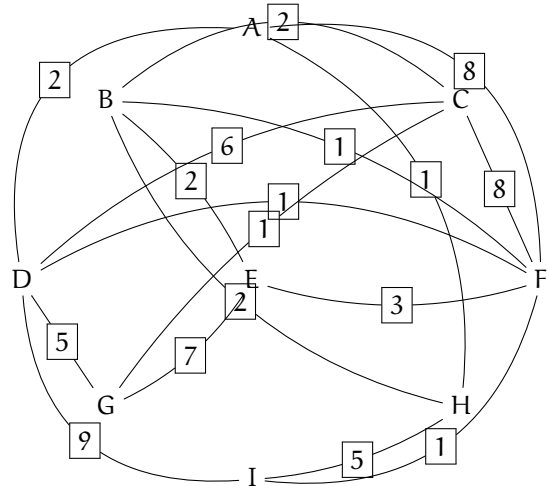
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	2	0	8	0	1	0
B	0	0	2	0	2	1	0	2	0
C	0	2	0	6	0	8	1	0	0
D	2	0	6	0	0	1	5	0	9
E	0	2	0	0	0	3	7	0	0
F	8	1	8	1	3	0	0	0	1
G	0	0	1	5	7	0	0	0	0
H	1	2	0	0	0	0	0	0	5
I	0	0	0	9	0	1	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	4		X	3	7	4	
F	11	X	4	4	X	X	7	4	4
C	11	X	X	4	X	X	5	4	4
D	6	X	X	X	X	X	5	4	4
H	5	X	X	X	X	X	5	X	4
I	5	X	X	X	X	X	5	X	X
A	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	2		X	1	7	2	
F	8	X	2	1	X	X	7	2	1
D	2	X	2	X	X	X	5	2	1
I	2	X	2	X	X	X	5	2	X
A	X	X	2	X	X	X	5	1	X
H	X	X	2	X	X	X	5	X	X
C	X	X	X	X	X	X	1	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	5	3	6	3	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	F	D	B	C	A	E	G	H	I
DSAT ₁	6	5	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	1	2	■	3	1
DSAT ₄	■	2	2	2	2	2	■	■	2
DSAT ₅	■	■	2	3	3	2	■	■	3
DSAT ₆	■	■	3	■	3	2	■	■	3
DSAT ₇	■	■	■	■	3	3	■	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	3	■	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	2	3	3	3	1	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et E. On ajoute une arête entre D et H. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AFBHADHIDCFDGCBEFIGEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBHA d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 11

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

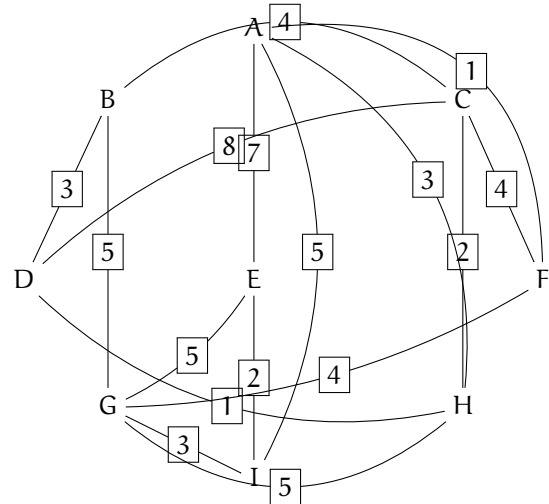
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	7	1	0	3	5
B	0	0	4	3	0	0	5	0	0
C	0	4	0	8	0	4	0	2	0
D	0	3	8	0	0	0	0	1	0
E	7	0	0	0	0	0	5	0	2
F	1	0	4	0	0	0	4	0	0
G	0	5	0	0	5	4	0	5	3
H	3	0	2	1	0	0	5	0	0
I	5	0	0	0	2	0	3	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	7				X		5		X
G	7	10			X	9	X	10	X
A	X	10			X	8	X	10	X
F	X	10	12		X	X	X	10	X
B	X	X	12	13	X	X	X	10	X
H	X	X	12	11	X	X	X	X	X
D	X	X	12	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	5				X		3		X
G	5	5			X	4	X	5	X
F	1	5	4		X	X	X	5	X
A	X	5	4		X	X	X	3	X
H	X	5	2	1	X	X	X	X	X
D	X	3	2	X	X	X	X	X	X
C	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	3	4	3	3	3	5	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	C	H	B	D	E	F	I
DSAT ₁	5	4	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	4	4	1	1	3	1	1	1
DSAT ₃	■	■	4	2	1	3	2	2	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	3	2
DSAT ₅	■	■	■	■	2	2	2	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	2	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	1	1	2	2	3	2	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et E. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AHCIAEBCDFGEIGHDBGCF A

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BD\}, \{CH\}, \{DH\}, \{FG\}, \{GI\}, \{HA\}, \{IE\}$$

Son poids est de 19 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 19 = 1900$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 12

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

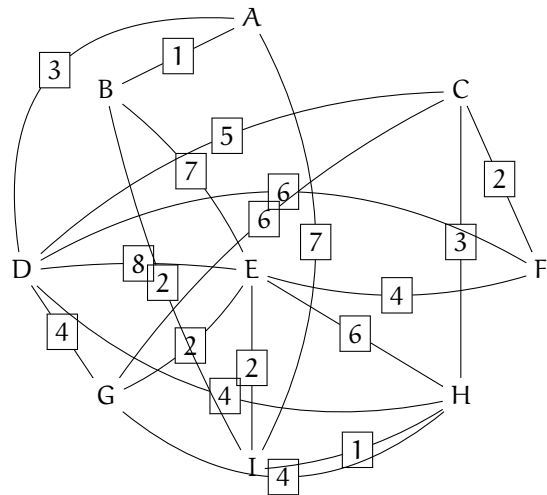
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	0	3	0	0	0	0	7
B	1	0	0	0	7	0	0	0	2
C	0	0	0	5	0	2	6	3	0
D	3	0	5	0	8	6	4	4	0
E	0	7	0	8	0	4	2	6	2
F	0	0	2	6	4	0	0	0	0
G	0	0	6	4	2	0	0	4	0
H	0	0	3	4	6	0	4	0	1
I	7	2	0	0	2	0	0	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	8	6	X	4	X	6	2
I	9	4	8	6	X	4	X	3	X
H	9	4	6	6	X	4	X	X	X
B	5	X	6	6	X	4	X	X	X
F	5	X	6	6	X	X	X	X	X
A	X	X	6	6	X	X	X	X	X
C	X	X	X	6	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	6	4	X	4	X	4	2
I	7	2	6	4	X	4	X	1	X
H	7	2	3	4	X	4	X	X	X
B	1	X	3	4	X	4	X	X	X
A	X	X	3	3	X	4	X	X	X
C	X	X	X	3	X	2	X	X	X
F	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	3	4	6	6	3	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	E	H	C	G	I	A	B	F
DSAT ₁	6	6	5	4	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	1	1	■	2	1	1
DSAT ₄	■	■	3	1	2	■	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	2	3	■	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	2	4	1	2	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre B et H. Par exemple :

AFCDGHDFEIEGCHBIABEDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BI\}, \{CH\}, \{DA\}, \{FC\}, \{GE\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 16 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 16 = 1600$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X		6	6	3
B	1	X	2	5	X		6	6	3
A	X	X	1	5	X		6	6	3
C	X	X	X	1	X		6	6	3
D	X	X	X	X	X	7	1	4	1
G	X	X	X	X	X	7	X	1	1
H	X	X	X	X	X	7	X	X	1
I	X	X	X	X	X	1	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	6	4	2	5	4	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	I	D	B	G	C	E	H	A	F
DSAT ₁	7	6	5	5	4	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	1	1	■	1
DSAT ₄	■	2	■	2	3	2	1	■	1
DSAT ₅	■	3	■	2	■	2	1	■	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	3	5	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et I. On ajoute une arête entre B et G. Par exemple :

AGHIGBEGDHEIDFIBDCIABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBA d'un cout de $3 \times 100 = 300$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3			6	X	2			3
F	1	7		6	X	X			3
A	X	3	2	6	X	X	4		3
C	X	3	X	6	X	X	4	5	3
B	X	X	X	2	X	X	4	1	3
H	X	X	X	2	X	X	4	X	3
D	X	X	X	X	X	X	2	X	2
G	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	3	4	4	4	2	3	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	I	B	D	E	F	C	H	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	3	3	2
DSAT ₂	■	5	1	4	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	■	1	1	2	2	2	1	1
DSAT ₄	■	■	1	2	■	3	2	1	1
DSAT ₅	■	■	2	2	■	■	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	3	2	3	2	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et H. On ajoute une arête entre C et B ainsi qu'une arête entre B et I. Par exemple :

AGDIBHAEFIEDBFBABCHICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BA\}, \{CA\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GD\}, \{HB\}, \{ID\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 15

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

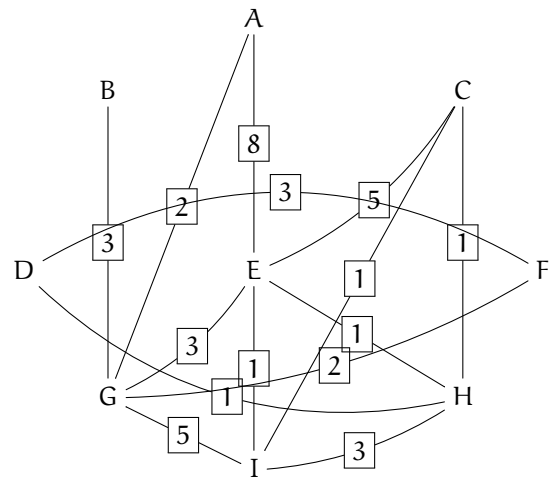
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	8	0	2	0	0
B	0	0	0	0	0	0	3	0	0
C	0	0	0	0	5	0	0	1	1
D	0	0	0	0	0	3	0	1	0
E	8	0	5	0	0	0	3	1	1
F	0	0	0	3	0	0	2	0	0
G	2	3	0	0	3	2	0	0	5
H	0	0	1	1	1	0	0	0	3
I	0	0	1	0	1	0	5	3	0

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		2	2	X		3	X	1
I	8		2	2	X		3	X	X
C	8		X	2	X		3	X	X
D	8		X	X	X	5	3	X	X
G	5	6	X	X	X	5	X	X	X
A	X	6	X	X	X	5	X	X	X
F	X	6	X	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		1	1	X		3	X	1
C	8		X	1	X		3	X	1
D	8		X	X	X	3	3	X	1
I	8		X	X	X	3	3	X	X
F	8		X	X	X	X	2	X	X
G	2	3	X	X	X	X	X	X	X
A	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	1	3	2	5	2	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	G	H	I	C	A	D	F	B
DSAT ₁	5	5	4	4	3	2	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	1	2	1	1	1	■	1	1
DSAT ₄	■	1	■	2	2	1	■	1	1
DSAT ₅	■	2	■	■	3	1	■	1	1
DSAT ₆	■	2	■	■	■	1	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	2	■	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	2	3	4	3	1	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre E et D ainsi qu'une arête entre D et G. Par exemple :

AEHIECHDEGDFGICBGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AG\}, \{BG\}, \{CH\}, \{DH\}, \{FD\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 16

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

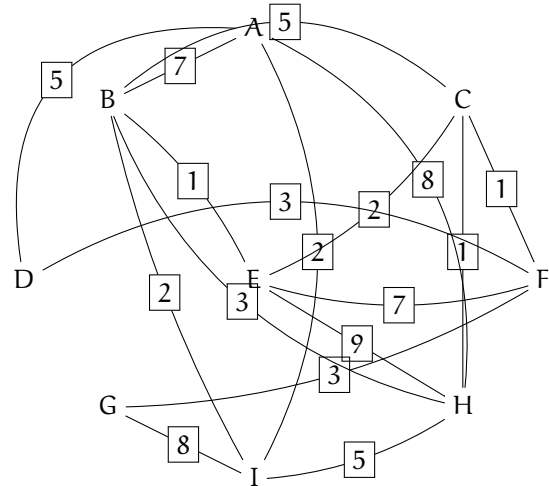
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyron ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	7	0	5	0	0	0	8	2
B	7	0	5	0	1	0	0	3	2
C	0	5	0	0	2	1	0	1	0
D	5	0	0	0	0	3	0	0	0
E	0	1	2	0	0	7	0	9	0
F	0	0	1	3	7	0	3	0	0
G	0	0	0	0	0	3	0	0	8
H	8	3	1	0	9	0	0	0	5
I	2	2	0	0	0	0	8	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	8	X	2		X	7		4	3
C	8	X	X		X	3		3	3
F	8	X	X	6	X	X	6	3	3
H	8	X	X	6	X	X	6	X	3
I	5	X	X	6	X	X	6	X	X
A	X	X	X	6	X	X	6	X	X
D	X	X	X	X	X	X	6	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	7	X	2		X	7		3	2
C	7	X	X		X	1		1	2
F	7	X	X	3	X	X	3	1	2
H	7	X	X	3	X	X	3	X	2
I	2	X	X	3	X	X	3	X	X
A	X	X	X	3	X	X	3	X	X
D	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	4	2	4	4	2	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	H	A	C	E	F	I	D	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	2	2
DSAT ₃	■	1	1	2	2	■	1	1	1
DSAT ₄	■	2	1	■	3	■	1	1	1
DSAT ₅	■	3	1	■	■	■	1	1	1
DSAT ₆	■	■	2	■	■	■	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et D ainsi qu'une arête entre D et H. Par exemple :

AHBIABCFDHCEFGIHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AI\}, \{BE\}, \{CE\}, \{DF\}, \{FC\}, \{GF\}, \{HC\}, \{IB\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 17

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

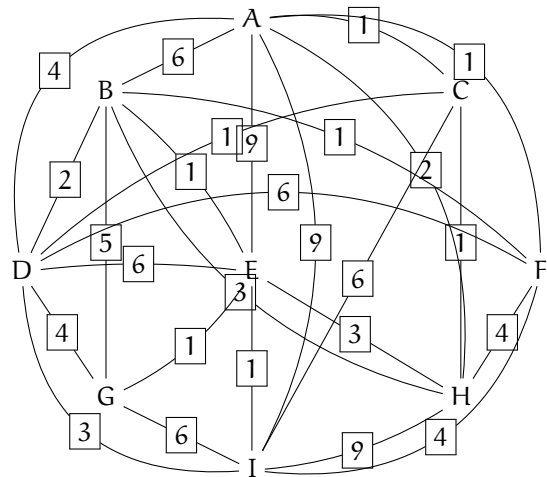
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	6	1	4	9	1	0	2	9
B	6	0	0	2	1	1	5	3	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	6
D	4	2	1	0	6	6	4	0	3
E	9	1	0	6	0	0	1	3	1
F	1	1	0	6	0	0	0	4	4
G	0	5	0	4	1	0	0	0	6
H	2	3	1	0	3	4	0	0	9
I	9	0	6	3	1	4	6	9	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	7	X		3	X	2	1	3	1
G	7	X		3	X	2	X	3	1
I	7	X	7	3	X	2	X	3	X
F	3	X	7	3	X	X	X	3	X
A	X	X	4	3	X	X	X	3	X
D	X	X	4	X	X	X	X	3	X
H	X	X	4	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	6	X		2	X	1	1	3	1
F	1	X		2	X	X	1	3	1
A	X	X	1	2	X	X	1	2	1
C	X	X	X	1	X	X	1	1	1
D	X	X	X	X	X	X	1	1	1
G	X	X	X	X	X	X	X	1	1
H	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	7	6	4	7	6	5	4	6	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	A	D	I	B	E	H	F	C	G
DSAT ₁	7	7	7	6	6	6	5	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	4
DSAT ₃	■	2	2	2	2	1	1	1	■
DSAT ₄	■	■	3	3	3	1	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	3	4	2	3	3	■
DSAT ₆	■	■	■	4	■	3	3	3	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	4	3	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	5	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	4	■
Coul	1	2	3	3	4	2	4	4	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G ainsi qu'une arête entre G et F. On ajoute une arête entre EF. On ajoute une arête entre E et C ainsi qu'une arête entre C et F. On ajoute une arête entre HI. On ajoute une arête entre GI. On ajoute une arête entre DF. On ajoute une arête entre AE. On ajoute une arête entre FI. On ajoute une arête entre DI. On ajoute une arête entre BH. On ajoute une arête entre DE. On ajoute une arête entre DH. On ajoute une arête entre BG. On ajoute une arête entre BD. On ajoute une arête entre BI. On ajoute une arête entre GH. On ajoute une arête entre B et C ainsi qu'une arête entre C et G. Par exemple :

AHBIAFBGHIGADBEHFIEFGEABCHDICFDGCDECA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 4, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et C ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBFAC d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	2	4		X		2		
B	3	X	2	5	X	3	2	1	
H	3	X	2	1	X	3	2	X	
D	3	X	2	X	X	3	2	X	3
C	3	X	X	X	X	3	2	X	3
G	3	X	X	X	X	1	X	X	3
F	3	X	X	X	X	X	X	X	3
A	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	3	5	4	6	5	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	B	F	A	D	G	E	C	H	I
DSAT ₁	6	6	5	5	5	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	5	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	2	1	■	2	1	2	1
DSAT ₄	■	■	3	2	■	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	3	■	3	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	4	1	2	3	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et C. On ajoute une arête entre D et G. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AFBHDGHIGFIDFCEGADBEABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBHD d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	4	5	4		X	3			
F	4	5	3		X	X	1		
G	4	5	3	2	X	X	X	5	3
D	1	5	3	X	X	X	X	5	3
A	X	5	3	X	X	X	X	1	3
H	X	1	2	X	X	X	X	X	3
B	X	X	2	X	X	X	X	X	3
C	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	6	3	4	3	4	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	C	A	B	E	G	H	D	F	I
DSAT ₁	6	5	4	4	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	1	1	1	3
DSAT ₃	■	1	1	1	■	2	2	2	1
DSAT ₄	■	2	2	1	■	■	2	2	1
DSAT ₅	■	■	2	2	■	■	3	2	2
DSAT ₆	■	■	2	2	■	■	■	2	2
DSAT ₇	■	■	■	3	■	■	■	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	3	2	1	2	2	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre D et I. Par exemple :

AHBIADCFGDIGHCEFACBEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AD\}, \{BH\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FE\}, \{GF\}, \{HA\}, \{IG\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7	1	2	1	X		3	1	
B	7	X	2	1	X	3	3	1	
D	7	X	2	X	X	2	2	1	3
H	7	X	2	X	X	2	2	X	3
C	7	X	X	X	X	2	2	X	1
I	7	X	X	X	X	2	2	X	X
F	7	X	X	X	X	X	2	X	X
G	4	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	2	6	5	6	4	6	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	C	E	G	I	D	F	H	A	B
DSAT ₁	6	6	6	6	5	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	2
DSAT ₃	■	2	2	2	1	1	1	■	2
DSAT ₄	■	■	3	2	2	1	2	■	1
DSAT ₅	■	■	■	3	3	1	3	■	1
DSAT ₆	■	■	■	■	4	2	4	■	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	4	■	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	3	■	■	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	2	4	3	4	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. Par exemple :

AGHIGCHEGDICFBEDFIADCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDF d'un coût de $3 \times 100 = 300$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2	4	X		7		2
B		X	2	4	X	1	1		2
F	1	X	2	4	X	X	1	2	2
A	X	X	2	4	X	X	1	2	2
G	X	X	2	2	X	X	X	2	1
I	X	X	2	2	X	X	X	2	X
C	X	X	X	2	X	X	X	2	X
D	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	2	4	5	4	5	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	E	G	D	F	I	A	C	H
DSAT ₁	5	5	5	4	4	4	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	4	1	1	3	1	2
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	3	■	1	2	1	2	1
DSAT ₅	■	■	■	■	2	3	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	1	2	4	3	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre E et A ainsi qu'une arête entre A et G. Par exemple :

AGBIADGEIGFHDEBFABCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour en faire passer à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BE\}, \{CE\}, \{DG\}, \{FB\}, \{GB\}, \{HF\}, \{IG\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 22

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

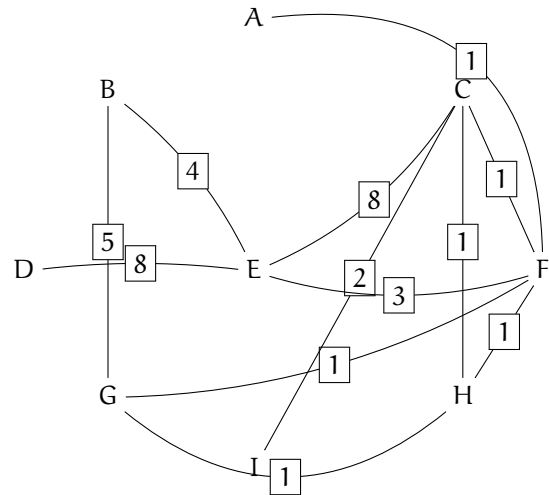
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	4	0	5	0	0
C	0	0	0	0	8	1	0	1	2
D	0	0	0	0	8	0	0	0	0
E	0	4	8	8	0	3	0	0	0
F	1	0	1	0	3	0	1	1	0
G	0	5	0	0	0	1	0	1	0
H	0	0	1	0	0	1	1	0	0
I	0	0	2	0	0	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		4	8	8	X	3			
F	4	4	4	8	X	X	4	4	
A	X	4	4	8	X	X	4	4	
B	X	X	4	8	X	X	4	4	
C	X	X	X	8	X	X	4	4	6
G	X	X	X	8	X	X	X	4	6
H	X	X	X	8	X	X	X	X	6
I	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		4	8	8	X	3			
F	1	4	1	8	X	X	1	1	
A	X	4	1	8	X	X	1	1	
C	X	4	X	8	X	X	1	1	2
G	X	4	X	8	X	X	X	1	2
H	X	4	X	8	X	X	X	X	2
I	X	4	X	8	X	X	X	X	X
B	X	X	X	8	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	1	2	4	1	4	5	3	3	1

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	F	C	E	G	H	B	A	D	I
DSAT ₁	5	4	4	3	3	2	1	1	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	2	1	1	1
DSAT ₃	■	1	2	2	1	■	1	1	1
DSAT ₄	■	2	■	2	1	■	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	2	2	■	1	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	3	■	1	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	1	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	1	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	3	2	2	4	1	2	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre F et I. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

AFCHFICEFGHADEBGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 4 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour en faire à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BE\}, \{CF\}, \{DE\}, \{FE\}, \{GF\}, \{HF\}, \{IC\}$$

Son poids est de 21 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 21 = 2100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 23

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

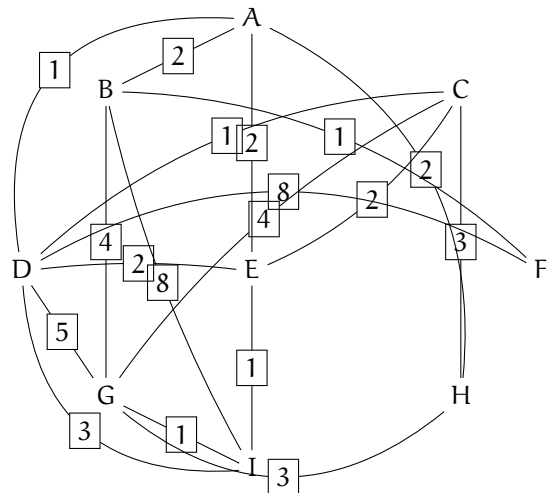
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	2	0	1	2	0	0	2	0
B	2	0	0	0	0	1	4	0	8
C	0	0	0	1	2	0	4	3	0
D	1	0	1	0	2	8	5	0	3
E	2	0	2	2	0	0	0	0	1
F	0	1	0	8	0	0	0	0	0
G	0	4	4	5	0	0	0	3	1
H	2	0	3	0	0	0	3	0	0
I	0	8	0	3	1	0	1	0	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2		2	2	X				1
I	2	9	2	2	X		2		X
A	X	4	2	2	X		2	4	X
C	X	4	X	2	X		2	4	X
D	X	4	X	X	X	10	2	4	X
G	X	4	X	X	X	10	X	4	X
B	X	X	X	X	X	5	X	4	X
H	X	X	X	X	X	5	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2		2	2	X				1
I	2	8	2	2	X		1		X
G	2	4	2	2	X		X	3	X
A	X	2	2	1	X		X	2	X
D	X	2	1	X	X	8	X	2	X
C	X	2	X	X	X	8	X	2	X
B	X	X	X	X	X	1	X	2	X
F	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	4	6	4	2	5	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	D	G	A	B	C	E	I	H	F
DSAT ₁	6	5	4	4	4	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	4	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	2	3	2
DSAT ₄	■	3	3	■	2	1	2	■	2
DSAT ₅	■	■	3	■	3	1	3	■	2
DSAT ₆	■	■	■	■	3	2	3	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	2	1	3	4	3	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre G et E ainsi qu'une arête entre E et H. Par exemple :

AEHGIECDEGBIDGCHABFDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BA\}, \{CD\}, \{DA\}, \{FB\}, \{GI\}, \{HA\}, \{IE\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E					X		3	1	
H			2	3	X	7	3	X	4
C	9		X	3	X	7	3	X	1
I	9		X	3	X	5	3	X	X
D	3	5	X	X	X	3	3	X	X
A	X	5	X	X	X	3	3	X	X
F	X	3	X	X	X	X	2	X	X
G	X	1	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	3	3	6	2	5	5	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	F	G	H	I	B	C	A	E
DSAT ₁	6	5	5	5	5	3	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	3	1	2
DSAT ₃	■	1	1	2	2	1	■	2	2
DSAT ₄	■	2	1	■	3	1	■	2	1
DSAT ₅	■	3	2	■	■	1	■	2	1
DSAT ₆	■	■	3	■	■	2	■	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	■	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	3	1	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre G et H. On ajoute une arête entre F et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AFBGHIGDHFIDFGEHCIACBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AD\}, \{BG\}, \{CH\}, \{DH\}, \{FD\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IC\}$$

Son poids est de 16 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 16 = 1600$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 25

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

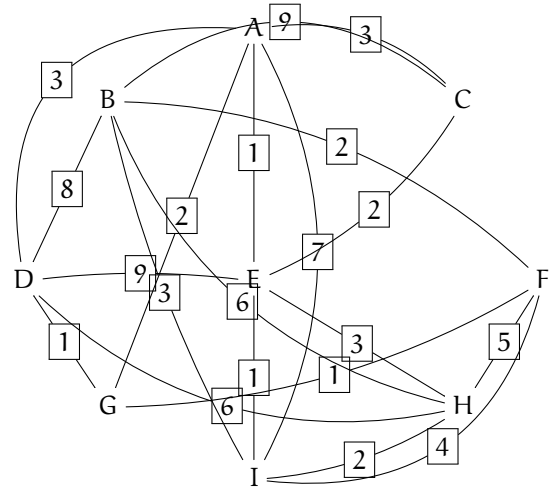
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	3	1	0	2	0	7
B	0	0	9	8	0	2	0	6	3
C	3	9	0	0	2	0	0	0	0
D	3	8	0	0	9	0	1	6	0
E	1	0	2	9	0	0	0	3	1
F	0	2	0	0	0	0	1	5	4
G	2	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	6	0	6	3	5	0	0	2
I	7	3	0	0	1	4	0	2	0

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		2	9	X			3	1
A	X		2	4	X		3	3	1
I	X	4	2	4	X	5	3	3	X
C	X	4	X	4	X	5	3	3	X
G	X	4	X	4	X	4	X	3	X
H	X	4	X	4	X	4	X	X	X
B	X	X	X	4	X	4	X	X	X
D	X	X	X	X	X	4	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		2	9	X			3	1
A	X		2	3	X		2	3	1
I	X	3	2	3	X	4	2	2	X
C	X	3	X	3	X	4	2	2	X
G	X	3	X	1	X	1	X	2	X
D	X	3	X	X	X	1	X	2	X
F	X	2	X	X	X	X	X	2	X
B	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	3	5	5	4	3	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	B	D	E	H	I	F	C	G
DSAT ₁	5	5	5	5	5	5	4	3	3
DSAT ₂	■	5	1	1	5	1	4	1	1
DSAT ₃	■	■	2	1	1	2	1	2	1
DSAT ₄	■	■	■	2	2	2	1	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	1	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	2	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	1	2	3	4	2	3	2	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre E et G. On ajoute une arête entre H et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AECHEICDEGDHBIADBFHIFGABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BF\}, \{CE\}, \{DG\}, \{FG\}, \{GA\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 12 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 12 = 1200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 26

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

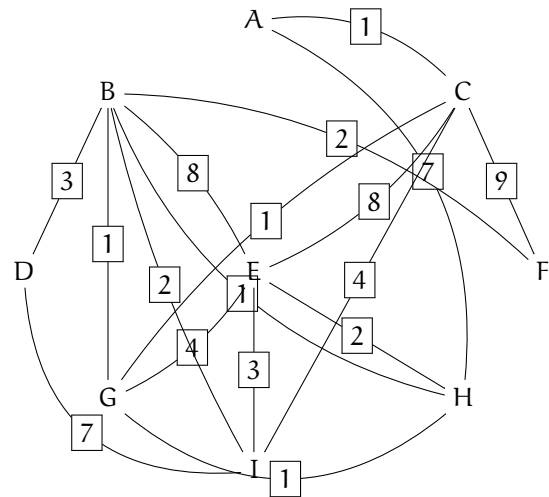
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	1	0	0	0	0	7	0
B	0	0	0	3	8	2	1	1	2
C	1	0	0	0	8	9	1	0	4
D	0	3	0	0	0	0	0	0	7
E	0	8	8	0	0	0	4	2	3
F	0	2	9	0	0	0	0	0	0
G	0	1	1	0	4	0	0	1	0
H	7	1	0	0	2	0	1	0	0
I	0	2	4	7	3	0	0	0	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		8	8		X		4	2	3
H	9	3	8		X		3	X	3
B	9	X	8	6	X	5	3	X	3
G	9	X	4	6	X	5	X	X	3
I	9	X	4	6	X	5	X	X	X
C	5	X	X	6	X	5	X	X	X
A	X	X	X	6	X	5	X	X	X
F	X	X	X	6	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		8	8		X		4	2	3
H	7	1	8		X		1	X	3
B	7	X	8	3	X	2	1	X	2
G	7	X	1	3	X	2	X	X	2
C	1	X	X	3	X	2	X	X	2
A	X	X	X	3	X	2	X	X	2
F	X	X	X	3	X	X	X	X	2
I	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	6	5	2	5	2	4	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	E	G	H	I	A	D	F
DSAT ₁	6	5	5	4	4	4	2	2	2
DSAT ₂	■	5	1	1	1	1	2	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	3	1	1	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	1	1	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	1	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	3	4	3	2	2	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D ainsi qu'une arête entre D et E. Par exemple :

ACDEGHEIDBECFBGCIBHA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EHGCA d'un coût de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 27

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

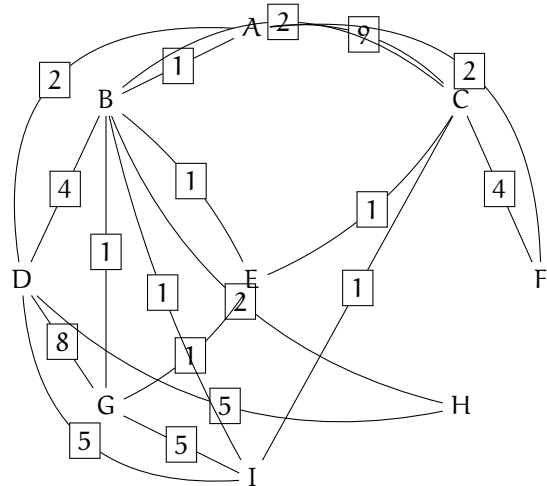
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	9	2	0	2	0	0	0
B	1	0	2	4	1	0	1	2	1
C	9	2	0	0	1	4	0	0	1
D	2	4	0	0	0	0	8	5	5
E	0	1	1	0	0	0	1	0	0
F	2	0	4	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	8	1	0	0	0	5
H	0	2	0	5	0	0	0	0	0
I	0	1	1	5	0	0	5	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	1		X		1		
B	2	X	1	5	X		1	3	2
C	2	X	X	5	X	5	1	3	2
G	2	X	X	5	X	5	X	3	2
A	X	X	X	4	X	4	X	3	2
I	X	X	X	4	X	4	X	3	X
H	X	X	X	4	X	4	X	X	X
D	X	X	X	X	X	4	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	1		X		1		
B	1	X	1	4	X		1	2	1
A	X	X	1	2	X	2	1	2	1
C	X	X	X	2	X	2	1	2	1
G	X	X	X	2	X	2	X	2	1
I	X	X	X	2	X	2	X	2	X
D	X	X	X	X	X	2	X	2	X
F	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	7	5	5	3	2	4	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	B	C	D	A	G	I	E	F	H
DSAT ₁	7	5	5	4	4	4	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	2	1
DSAT ₃	■	2	1	2	1	1	1	■	1
DSAT ₄	■	■	1	3	1	2	2	■	1
DSAT ₅	■	■	2	■	1	2	2	■	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	3	■	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	2	3	4	3	3	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre B et F ainsi qu'une arête entre F et E. Par exemple :

ADBHDIBECFEGICDGBFABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBAD d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	4	3	7	1	X		4	2	
D	4	3	7	X	X	6	4	2	9
H	4	3	7	X	X	6	4	X	9
B	4	X	7	X	X	1	4	X	9
F	3	X	7	X	X	X	2	X	2
G	3	X	2	X	X	X	X	X	2
C	2	X	X	X	X	X	X	X	2
A	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	3	3	6	6	6	4	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	E	F	A	G	I	B	C	H
DSAT ₁	6	6	6	5	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	1	■	2	1	1	1
DSAT ₄	■	■	2	2	■	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	3	■	3	3	2	3
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	3	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	2	3	1	4	3	4	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et H. Par exemple :

AFBEGIFHEDFGCHDIACEABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBFI d'un cout de $6 \times 100 = 600$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 29

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

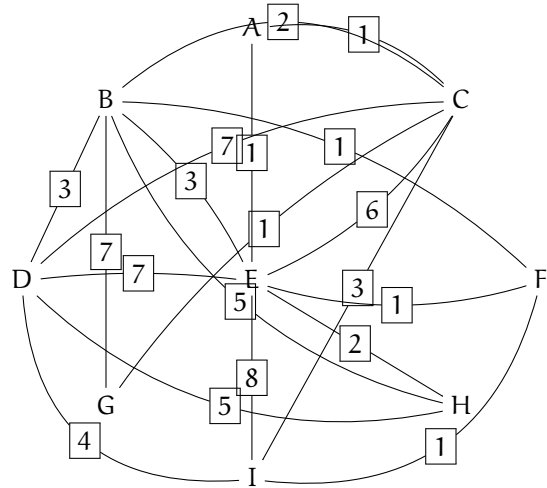
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	1	0	1	0	0	0	0
B	0	0	2	3	3	1	7	5	0
C	1	2	0	7	6	0	1	0	3
D	0	3	7	0	7	0	0	5	4
E	1	3	6	7	0	1	0	2	8
F	0	1	0	0	1	0	0	0	1
G	0	7	1	0	0	0	0	0	0
H	0	5	0	5	2	0	0	0	0
I	0	0	3	4	8	1	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	3	6	7	X	1		2	8
A	X	3	2	7	X	1		2	8
F	X	2	2	7	X	X		2	2
B	X	X	2	5	X	X	9	2	2
C	X	X	X	5	X	X	3	2	2
H	X	X	X	5	X	X	3	X	2
I	X	X	X	5	X	X	3	X	X
G	X	X	X	5	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	3	6	7	X	1		2	8
A	X	3	1	7	X	1		2	8
C	X	2	X	7	X	1	1	2	3
F	X	1	X	7	X	X	1	2	1
B	X	X	X	3	X	X	1	2	1
G	X	X	X	3	X	X	X	2	1
I	X	X	X	3	X	X	X	2	X
H	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	6	6	5	7	3	2	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	B	C	D	I	F	H	A	G
DSAT ₁	7	6	6	5	4	3	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	2	2	1	1	1	1	1	■
DSAT ₄	■	■	3	2	1	2	2	1	■
DSAT ₅	■	■	■	3	2	2	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	■	3	2	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	2	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	2	■
Coul	1	2	3	4	2	3	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre E et G ainsi qu'une arête entre G et H. Par exemple :

ACBGCIDHBEGHEFIEDFBDCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour enjamber à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BF\}, \{CA\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GC\}, \{HE\}, \{IF\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 30

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

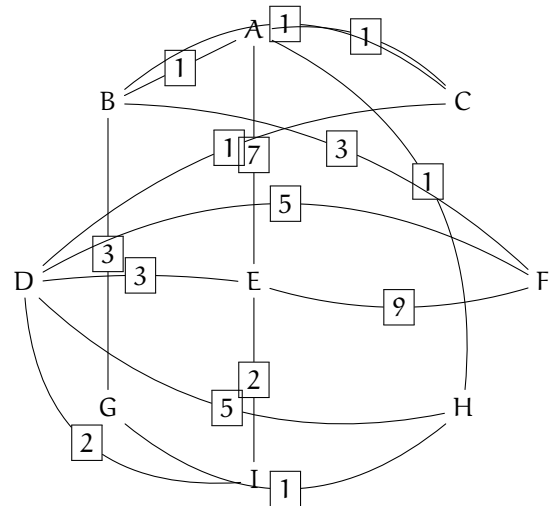
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	1	0	7	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	3	3	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	3	5	0	5	2
E	7	0	0	3	0	9	0	0	2
F	0	3	0	5	9	0	0	0	0
G	0	3	0	0	0	0	0	1	0
H	1	0	0	5	0	0	1	0	0
I	0	0	0	2	2	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7			3	X	9			2
I	7			3	X	9			X
D	7		4	X	X	8		8	X
C	5	5	X	X	X	8		8	X
A	X	5	X	X	X	8		6	X
B	X	X	X	X	X	8	8	6	X
H	X	X	X	X	X	8	7	X	X
G	X	X	X	X	X	8	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7			3	X	9			2
I	7			2	X	9			X
D	7		1	X	X	5		5	X
C	1	1	X	X	X	5		5	X
A	X	1	X	X	X	5		1	X
B	X	X	X	X	X	3	3	1	X
H	X	X	X	X	X	3	1	X	X
G	X	X	X	X	X	3	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	3	5	4	3	2	3	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	A	B	E	C	F	H	G	I
DSAT ₁	5	4	4	4	3	3	3	2	2
DSAT ₂	■	4	4	1	1	1	1	2	1
DSAT ₃	■	■	1	2	2	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	1	■	2	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	2	■	■	2	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	1	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	1	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	3	2	2	4	2	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et F. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et H. Par exemple :

AEDBGHBFCD FEIDHABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en G mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et G ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDCAHG d'un cout de $7 \times 100 = 700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E				8	X		7	2	
H		1		1	X		7	X	
B	2	X		1	X	5	7	X	
D	2	X		X	X	5	7	X	
A	X	X	1	X	X	5	7	X	
C	X	X	X	X	X	5	7	X	
F	X	X	X	X	X	X	7	X	
G	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	1	4	3	2	3	4	1

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	B	D	H	E	G	F	C	I
DSAT ₁	4	4	4	4	3	3	2	1	1
DSAT ₂	■	1	1	4	3	3	1	1	1
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	3	■	1	1	2	1	1
DSAT ₅	■	■	■	■	2	1	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	1	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	3	1	2	3	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AGEHGIACEDHBFABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BH\}, \{CA\}, \{DH\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HE\}, \{IG\}$$

Son poids est de 22 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 22 = 2200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 32

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

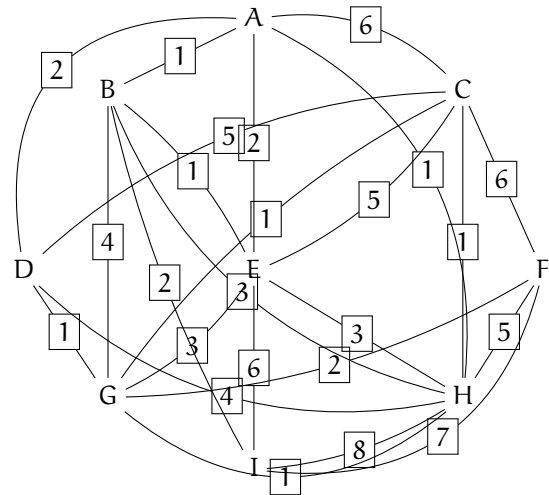
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	6	2	2	0	0	1	0
B	1	0	0	0	1	0	4	3	2
C	6	0	0	5	5	6	1	1	0
D	2	0	5	0	0	0	1	4	0
E	2	1	5	0	0	0	3	3	6
F	0	0	6	0	0	0	2	5	7
G	0	4	1	1	3	2	0	1	0
H	1	3	1	4	3	5	1	0	8
I	0	2	0	0	6	7	0	8	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2	1	5		X		3	3	6
B	2	X	5		X		3	3	3
A	X	X	5	4	X		3	3	3
G	X	X	4	4	X	5	X	3	3
H	X	X	4	4	X	5	X	X	3
I	X	X	4	4	X	5	X	X	X
C	X	X	X	4	X	5	X	X	X
D	X	X	X	X	X	5	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2	1	5		X		3	3	6
B	1	X	5		X		3	3	2
A	X	X	5	2	X		3	1	2
H	X	X	1	2	X	5	1	X	2
C	X	X	X	2	X	5	1	X	2
G	X	X	X	1	X	2	X	X	2
D	X	X	X	X	X	2	X	X	2
F	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	6	4	6	4	6	8	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	H	C	E	G	A	B	D	F	I
DSAT ₁	8	6	6	6	5	5	4	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	2	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	■	3	3	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	3	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	4	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	4	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	3	4	4	2	3	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F ainsi qu'une arête entre F et B. Par exemple :

AFHIFBHCFCGHEIBGCEGDHACDABEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FG\}, \{GH\}, \{HA\}, \{IB\}$$

Son poids est de 10 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 10 = 1000$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		9		X		2	9	
G	5		6	3	X	2	X	4	
F	5		6	3	X	X	X	2	7
H	5	1	2	3	X	X	X	X	7
B	3	X	2	3	X	X	X	X	1
I	3	X	2	3	X	X	X	X	X
C	3	X	X	3	X	X	X	X	X
A	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	3	3	1	4	3	5	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	G	H	E	B	C	F	A	I	D
DSAT ₁	5	5	4	3	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	3	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	2	1	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	2	■	2	2	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	■	3	2	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	3	1	4	3	2	2	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

AGCHABHEGDFGHFIBCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGHBI d'un coût de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		6	1		X			1	
C	3	1	X	9	X	1	8	1	
B	3	X	X	1	X	1	4	1	2
D	3	X	X	X	X	1	4	1	1
F	3	X	X	X	X	X	2	1	1
H	2	X	X	X	X	X	2	X	1
I	2	X	X	X	X	X	2	X	X
A	X	X	X	X	X	X	1	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	7	4	3	5	4	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	C	B	A	F	H	D	G	E	I
DSAT ₁	7	6	5	5	5	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	2	1	1	2	1	1	■
DSAT ₄	■	■	2	2	1	3	2	2	■
DSAT ₅	■	■	2	2	2	■	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	3	3	■	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	4	■	4	2	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	3	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	2	3	4	3	4	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et E. On ajoute une arête entre C et I. On ajoute une arête entre F et I ainsi qu'une arête entre I et H. Par exemple :

AGBIAFHIFBEHACHDICFGCBDCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BC\}, \{CE\}, \{DB\}, \{FC\}, \{GA\}, \{HE\}, \{ID\}$$

Son poids est de 9 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 9 = 900$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 35

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

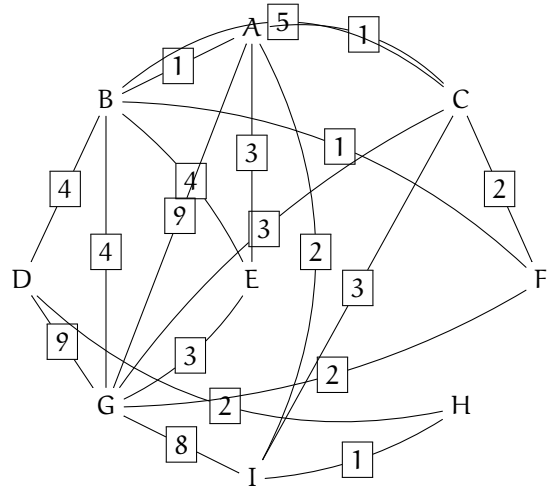
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	1	0	3	0	9	0	2
B	1	0	5	4	4	1	4	0	0
C	1	5	0	0	0	2	3	0	3
D	0	4	0	0	0	0	9	2	0
E	3	4	0	0	0	0	3	0	0
F	0	1	2	0	0	0	2	0	0
G	9	4	3	9	3	2	0	0	8
H	0	0	0	2	0	0	0	0	1
I	2	0	3	0	0	0	8	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	4			X		3		
A	X	4	4		X		3		5
G	X	4	4	12	X	5	X		5
B	X	X	4	8	X	5	X		5
C	X	X	X	8	X	5	X		5
F	X	X	X	8	X	X	X		5
I	X	X	X	8	X	X	X	6	X
H	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	4			X		3		
A	X	1	1		X		3		2
B	X	X	1	4	X	1	3		2
C	X	X	X	4	X	1	3		2
F	X	X	X	4	X	X	2		2
G	X	X	X	4	X	X	X		2
I	X	X	X	4	X	X	X	1	X
H	X	X	X	2	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	5	3	3	3	7	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	B	A	C	I	D	E	F	H
DSAT ₁	7	6	5	5	4	3	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	1	1	1	2	2	1	1	■
DSAT ₄	■	1	2	2	■	2	1	1	■
DSAT ₅	■	2	■	3	■	2	2	1	■
DSAT ₆	■	3	■	■	■	2	2	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	3	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	3	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	4	2	3	4	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et H ainsi qu'une arête entre H et G. Par exemple :

AGHIGBFCEGCIADGFHDBEABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour en faire passer à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BA\}, \{CA\}, \{DH\}, \{FB\}, \{GF\}, \{HI\}, \{IA\}$$

Son poids est de 13 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 13 = 1300$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			7	7	X	2	5		2
F		3	7	1	X	X	5	2	2
D	7	3	7	X	X	X	5	2	1
I	7	3	1	X	X	X	5	2	X
C	7	3	X	X	X	X	1	1	X
G	7	3	X	X	X	X	X	1	X
H	6	1	X	X	X	X	X	X	X
B	6	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	4	4	5	5	5	6	6	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	I	G	H	D	E	F	B	C	A
DSAT ₁	7	6	6	5	5	5	4	4	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	1	2	2	1	1	1	1	■
DSAT ₄	■	2	■	2	1	2	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	3	2	2	3	3	■
DSAT ₆	■	■	■	■	3	3	3	3	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	3	4	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	4	■
Coul	1	3	2	2	4	3	4	5	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et E. On ajoute une arête entre F et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AHBIADGHIGEIDBECHFDEFICGBFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFDA d'un cout de $10 \times 100 = 1000$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7	4	5	3	X		1		
G	7	4	5	3	X	8	X		2
I	7	4	5	3	X	1	X	7	X
F	7	4	1	3	X	X	X	7	X
C	7	4	X	3	X	X	X	7	X
D	1	4	X	X	X	X	X	7	X
A	X	4	X	X	X	X	X	7	X
B	X	X	X	X	X	X	X	7	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	2	3	3	5	3	3	1	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	I	C	D	F	G	A	B	H
DSAT ₁	5	4	3	3	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	4	1	1	3	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	1	2	1	2	1	1	1
DSAT ₄	■	■	1	■	1	2	2	1	1
DSAT ₅	■	■	1	■	2	■	2	1	1
DSAT ₆	■	■	2	■	■	■	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	1	2	2	3	2	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre E et F. On ajoute une arête entre G et H. Par exemple :

ADCEFGHIGEDIFCBEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AD\}, \{BE\}, \{CF\}, \{DE\}, \{FI\}, \{GE\}, \{HI\}, \{IG\}$$

Son poids est de 20 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 20 = 2000$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9		1	3	X		2		3
C	5		X	2	X		2	4	3
D	5	4	X	X	X		2	4	3
G	4	1	X	X	X	4	X	1	3
B	4	X	X	X	X	1	X	1	3
F	3	X	X	X	X	X	X	1	3
H	3	X	X	X	X	X	X	X	3
A	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	6	6	5	5	5	4	7	4	8

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	A	B	C	D	E	F	H
DSAT ₁	8	7	6	6	5	5	5	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	2	2	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	2	3	3	2
DSAT ₅	■	■	■	■	2	3	3	4	3
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	3	■	3
DSAT ₇	■	■	■	■	3	■	4	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	4	■	■	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	3	4	2	3	4	5	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_5 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 5. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 5.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et G. On ajoute une arête entre D et F ainsi qu'une arête entre F et E. Par exemple :

AFBHCIBGHIGDEGFIEFDIAECGABDCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés Avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour émettre à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des Avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BG\}, \{CE\}, \{DC\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HG\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 39

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

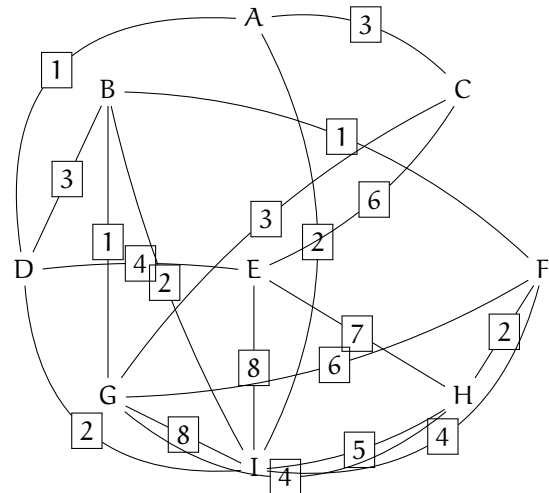
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	1	0	0	0	0	2
B	0	0	0	3	0	1	1	0	2
C	3	0	0	0	6	0	3	0	0
D	1	3	0	0	4	0	0	0	2
E	0	0	6	4	0	0	0	7	8
F	0	1	0	0	0	0	6	2	4
G	0	1	3	0	0	6	0	4	8
H	0	0	0	0	7	2	4	0	5
I	2	2	0	2	8	4	8	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			6	4	X			7	8
D	5	7	6	X	X			7	6
A	X	7	6	X	X			7	6
C	X	7	X	X	X		9	7	6
I	X	7	X	X	X	10	9	7	X
B	X	X	X	X	X	8	8	7	X
H	X	X	X	X	X	8	8	X	X
F	X	X	X	X	X	X	8	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			6	4	X			7	8
D	1	3	6	X	X			7	2
A	X	3	3	X	X			7	2
I	X	2	3	X	X	4	8	5	X
B	X	X	3	X	X	1	1	5	X
F	X	X	3	X	X	X	1	2	X
G	X	X	3	X	X	X	X	2	X
H	X	X	3	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	3	4	4	4	5	4	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	B	D	E	F	H	A	C
DSAT ₁	7	5	4	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	1	1	2	1	1	2	■
DSAT ₄	■	■	2	1	2	2	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	2	2	3	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	2	2	■	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	2	3	■	■	2	■
DSAT ₈	■	■	■	3	■	■	■	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	4	2	4	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G. On ajoute une arête entre C et I. Par exemple :

AGHIGBFGCIBDIACEHFIEDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDBF d'un cout de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		6	2		X	3	8		
C		3	X		X	1	1		
F	6	3	X		X	X	1	2	3
G	6	3	X	2	X	X	X	2	3
D	6	3	X	X	X	X	X	2	3
H	4	3	X	X	X	X	X	X	1
I	4	3	X	X	X	X	X	X	X
B	4	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	4	3	4	7	4	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	F	A	B	C	E	G	H	I	D
DSAT ₁	7	4	4	4	4	4	4	4	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	1	1	1	2	2	1	■
DSAT ₄	■	■	1	1	1	2	3	2	■
DSAT ₅	■	■	1	1	1	2	■	3	■
DSAT ₆	■	■	2	1	1	2	■	■	■
DSAT ₇	■	■	■	2	2	2	■	■	■
DSAT ₈	■	■	■	■	3	3	■	■	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	4	■	■	■
Coul	1	2	2	3	4	2	3	4	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. Par exemple :

AHDGCBEFHIFGECFBIADFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est ECGD d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			2	1	X	1	2	3	
D	1		2	X	X	1	2	3	5
A	X	3	2	X	X	1	2	3	4
F	X	3	2	X	X	X	2	3	1
I	X	3	2	X	X	X	1	2	X
G	X	1	1	X	X	X	X	2	X
B	X	X	1	X	X	X	X	1	X
C	X	X	X	X	X	X	X	1	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	3	5	4	5	3	4	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	C	E	A	D	G	H	B	F
DSAT ₁	6	5	5	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	■	1	2	2	2	3	2
DSAT ₄	■	2	■	2	2	3	3	■	2
DSAT ₅	■	3	■	2	2	■	3	■	2
DSAT ₆	■	■	■	3	2	■	4	■	2
DSAT ₇	■	■	■	3	2	■	■	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	3	■	■	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	1	2	3	2	2	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre E et A ainsi qu'une arête entre A et F. Par exemple :

AFDIADEGIHEABGCEFICHBCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDA d'un cout de $2 \times 100 = 200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 42

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

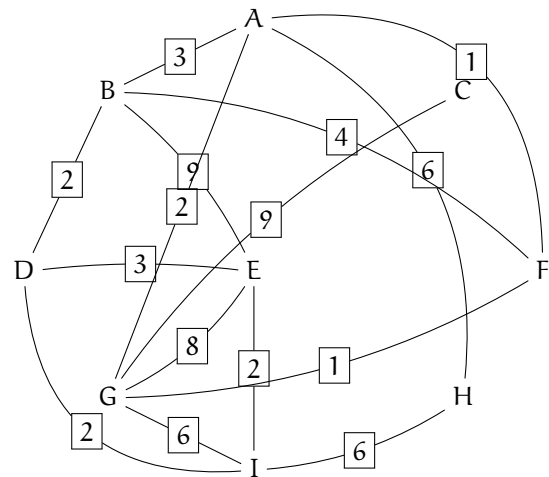
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	3	0	0	0	1	2	6	0
B	3	0	0	2	9	4	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	9	0	0
D	0	2	0	0	3	0	0	0	2
E	0	9	0	3	0	0	8	0	2
F	1	4	0	0	0	0	1	0	0
G	2	0	9	0	8	1	0	0	6
H	6	0	0	0	0	0	0	0	6
I	0	0	0	2	2	0	6	6	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		9		3	X		8		2
I		9		3	X		8	8	X
D		5		X	X		8	8	X
B	8	X		X	X	9	8	8	X
A	X	X		X	X	9	8	8	X
G	X	X	17	X	X	9	X	8	X
H	X	X	17	X	X	9	X	X	X
F	X	X	17	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		9		3	X		8		2
I		9		2	X		6	6	X
D		2		X	X		6	6	X
B	3	X		X	X	4	6	6	X
A	X	X		X	X	1	2	6	X
F	X	X		X	X	X	1	6	X
G	X	X	9	X	X	X	X	6	X
H	X	X	9	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	1	3	4	3	5	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	B	E	I	D	F	H	C
DSAT ₁	5	4	4	4	4	3	3	2	1
DSAT ₂	■	1	4	1	1	3	1	2	1
DSAT ₃	■	2	■	2	1	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	■	2	1	1	3	1	1
DSAT ₅	■	■	■	2	1	1	■	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	2	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	■	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	1	2	3	4	3	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre F et D ainsi qu'une arête entre D et G. Par exemple :

AFBEDFGDIEGIIHABDCGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDDBA d'un coût de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	4		7	X		6	5	
B	9	X		7	X	1	5	5	3
F	6	X		5	X	X	4	5	3
I	4	X		5	X	X	4	5	X
A	X	X	3	5	X	X	1	5	X
G	X	X	2	5	X	X	X	3	X
C	X	X	X	5	X	X	X	1	X
H	X	X	X	1	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	3	3	5	5	6	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	E	F	H	B	C	D	I
DSAT ₁	6	5	5	5	5	4	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	2
DSAT ₃	■	1	2	2	2	1	1	■	2
DSAT ₄	■	2	■	2	3	2	1	■	2
DSAT ₅	■	2	■	3	■	2	2	■	2
DSAT ₆	■	3	■	■	■	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	3	2	2	3	3	2	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et I ainsi qu'une arête entre I et H. Par exemple :

AGBIADFHIFGHDEBFACGEHCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AI\}, \{BE\}, \{CG\}, \{DH\}, \{FB\}, \{GA\}, \{HC\}, \{IB\}$$

Son poids est de 17 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 17 = 1700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 44

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

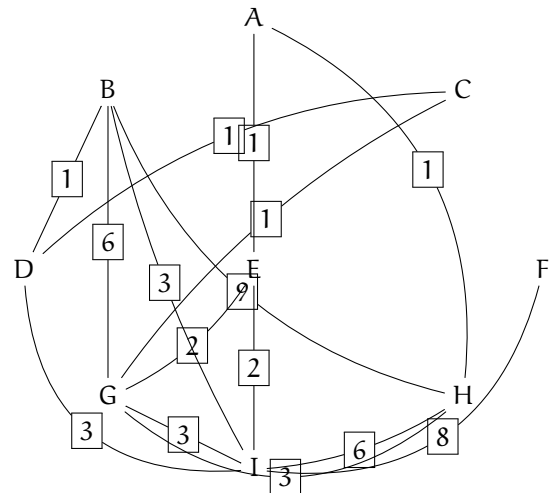
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	6	9	3
C	0	0	0	1	0	0	1	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	0	3
E	1	0	0	0	0	0	2	0	2
F	0	0	0	0	0	0	0	0	8
G	0	6	1	0	2	0	0	3	3
H	1	9	0	0	0	0	3	0	6
I	0	3	0	3	2	8	3	6	0

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1				X		2		2
A	X				X		2	2	2
G	X	8	3		X		X	2	2
H	X	8	3		X		X	X	2
I	X	5	3	5	X	10	X	X	X
C	X	5	X	4	X	10	X	X	X
D	X	5	X	X	X	10	X	X	X
B	X	X	X	X	X	10	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1				X		2		2
A	X				X		2	1	2
H	X	9			X		2	X	2
G	X	6	1		X		X	X	2
C	X	6	X	1	X		X	X	2
D	X	1	X	X	X		X	X	2
B	X	X	X	X	X		X	X	2
I	X	X	X	X	X	8	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	4	2	3	3	1	5	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	B	H	D	E	A	C	F
DSAT ₁	6	5	4	4	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	1	1	2	1	2	■	2	1
DSAT ₄	■	2	2	■	1	2	■	2	1
DSAT ₅	■	■	3	■	1	3	■	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	2	■	■	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	3	4	2	2	2	1	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et E. On ajoute une arête entre F et G. Par exemple :

AEGHIGFIEDBGCDIBHA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGCD d'un coût de $4 \times 100 = 400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 45

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

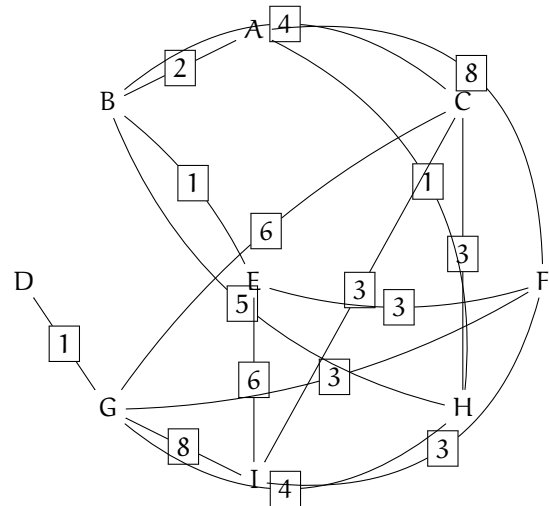
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	2	0	0	0	8	0	1	0
B	2	0	4	0	1	0	0	5	0
C	0	4	0	0	0	0	6	3	3
D	0	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	3	0	0	6
F	8	0	0	0	3	0	3	0	3
G	0	0	6	1	0	3	0	4	8
H	1	5	3	0	0	0	4	0	0
I	0	0	3	0	6	3	8	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	3	X	5		X	3		6	6
A	X	X	5		X	3		4	6
F	X	X	5		X	X	6	4	6
H	X	X	5		X	X	6	X	6
C	X	X	X		X	X	6	X	6
G	X	X	X	7	X	X	X	X	6
I	X	X	X	7	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	2	X	4		X	3		5	6
A	X	X	4		X	3		1	6
H	X	X	3		X	3	4	X	6
C	X	X	X		X	3	4	X	3
F	X	X	X		X	X	3	X	3
G	X	X	X	1	X	X	X	X	3
D	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	1	3	4	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	G	B	C	F	H	I	A	E	D
DSAT ₁	5	4	4	4	4	4	3	3	1
DSAT ₂	■	4	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	■	2	1	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	1	3	2	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	1	■	2	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	2	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	1	2	2	3	3	4	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé reviens à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre E et G. Par exemple :

AFGIFEBHABCHGEICGDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FE\}, \{GF\}, \{HA\}, \{IC\}$$

Son poids est de 17 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 17 = 1700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		3		X		4	2	
A	X	4	3	4	X	4	4	2	
H	X	4	3	4	X	4	4	X	3
C	X	3	X	4	X	1	4	X	3
F	X	3	X	4	X	X	2	X	3
G	X	3	X	4	X	X	X	X	3
B	X	X	X	4	X	X	X	X	3
I	X	X	X	4	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	5	4	4	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	F	H	A	D	E	G	I
DSAT ₁	5	5	5	5	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	4	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	4	1	1
DSAT ₄	■	2	2	3	3	■	■	2	1
DSAT ₅	■	3	2	■	3	■	■	2	2
DSAT ₆	■	■	3	■	3	■	■	2	3
DSAT ₇	■	■	■	■	4	■	■	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	2	2	3	1	1	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et G. On ajoute une arête entre F et H. On ajoute une arête entre C et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AECHEGFHICFBGDHBIADFABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et B ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAB d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 47

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

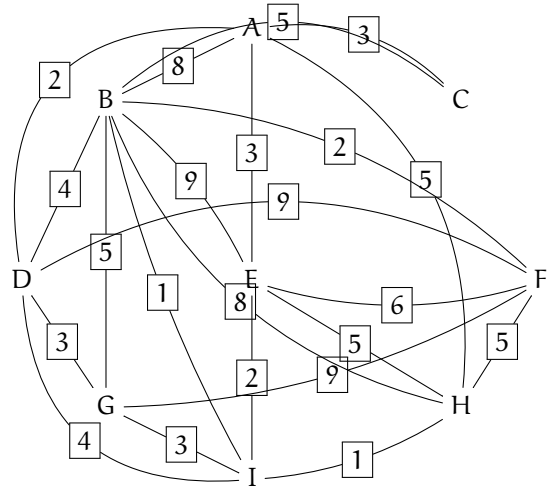
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	8	3	2	3	0	0	5	0
B	8	0	5	4	9	2	5	8	1
C	3	5	0	0	0	0	0	0	0
D	2	4	0	0	0	9	3	0	4
E	3	9	0	0	0	6	0	5	2
F	0	2	0	9	6	0	9	5	0
G	0	5	0	3	0	9	0	0	3
H	5	8	0	0	5	5	0	0	1
I	0	1	0	4	2	0	3	1	0

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	3		6	X	6	5	3	X
A	X	3	6	5	X	6	5	3	X
B	X	X	6	5	X	5	5	3	X
H	X	X	6	5	X	5	5	X	X
D	X	X	6	X	X	5	5	X	X
F	X	X	6	X	X	X	5	X	X
G	X	X	6	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	1		4	X	6	3	1	X
B	3	X	5	4	X	2	3	1	X
H	3	X	5	4	X	2	3	X	X
F	3	X	5	4	X	X	3	X	X
A	X	X	3	2	X	X	3	X	X
D	X	X	3	X	X	X	3	X	X
C	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	8	2	5	5	5	4	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	B	A	D	E	F	H	I	G	C
DSAT ₁	8	5	5	5	5	5	5	4	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	2	2	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	3	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	3	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	4	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	4	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	3	2	4	2	4	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre D et E. On ajoute une arête entre H et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AFGIHFGBGDEFDIBHADBEABCHEICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EIBF d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 48

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

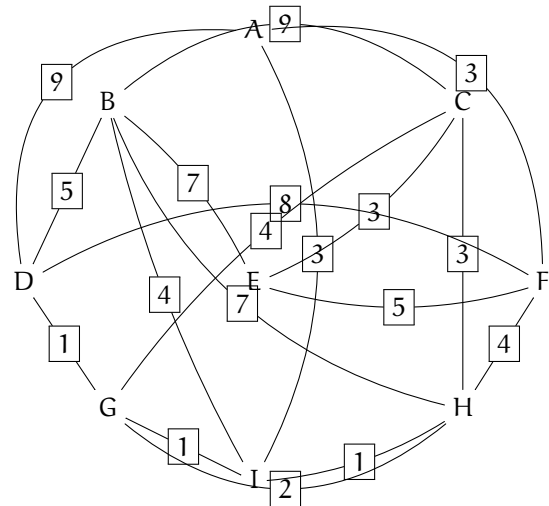
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	9	0	3	0	0	3
B	0	0	9	5	7	0	0	7	4
C	0	9	0	0	3	0	4	3	0
D	9	5	0	0	0	8	1	0	0
E	0	7	3	0	0	5	0	0	0
F	3	0	0	8	5	0	0	4	0
G	0	0	4	1	0	0	0	2	1
H	0	7	3	0	0	4	2	0	1
I	3	4	0	0	0	0	1	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	7	6	
F	8	7	X	13	X	X	7	6	
H	8	7	X	13	X	X	7	X	7
B	8	X	X	12	X	X	7	X	7
G	8	X	X	8	X	X	X	X	7
I	8	X	X	8	X	X	X	X	X
A	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	4	3	
H		7	X		X	4	2	X	1
I	3	4	X		X	4	1	X	X
G	3	4	X	1	X	4	X	X	X
D	3	4	X	X	X	4	X	X	X
A	X	4	X	X	X	3	X	X	X
F	X	4	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	4	3	4	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	H	C	D	F	G	I	A	E
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	■	4	1	1	2
DSAT ₄	■	3	2	3	■	■	2	1	2
DSAT ₅	■	■	3	3	■	■	3	1	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	3	1	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	2	1	1	3	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé reviens à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre E et H. Par exemple :

AFDGHIGCHBIABCEFHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est ECGD d'un coût de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2			1	X				
D	2		1	X	X		2	5	
C	1		X	X	X		2	5	
A	X		X	X	X	2	2	5	
F	X	3	X	X	X	X	2	2	3
G	X	3	X	X	X	X	X	2	3
H	X	1	X	X	X	X	X	X	1
B	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	2	2	5	2	5	3	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	D	F	H	A	G	B	C	E	I
DSAT ₁	5	5	5	4	3	2	2	2	2
DSAT ₂	■	5	1	1	1	2	1	1	2
DSAT ₃	■	■	2	2	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	2	3	2	1	1	2
DSAT ₅	■	■	■	2	■	2	1	1	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	2	3	3	3	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

BFHIFGHBGDHAEDFACDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 5 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et B ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAFB d'un cout de $7 \times 100 = 700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 50

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

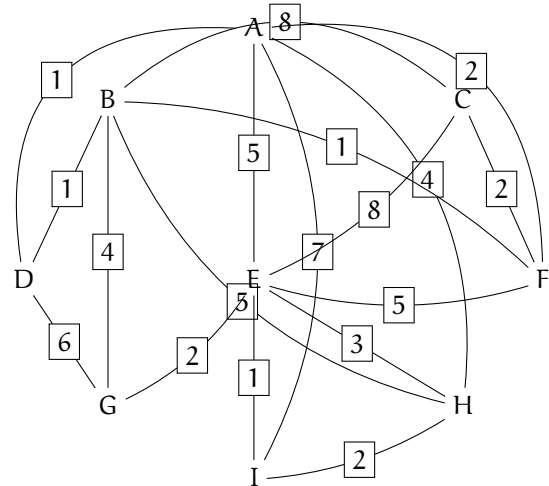
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	1	5	2	0	4	7
B	0	0	8	1	0	1	4	5	0
C	0	8	0	0	8	2	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	6	0	0
E	5	0	8	0	0	5	2	3	1
F	2	1	2	0	5	0	0	0	0
G	0	4	0	6	2	0	0	0	0
H	4	5	0	0	3	0	0	0	2
I	7	0	0	0	1	0	0	2	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	3	X
G	5	6	8	8	X	5	X	3	X
H	5	6	8	8	X	5	X	X	X
A	X	6	8	6	X	5	X	X	X
F	X	6	7	6	X	X	X	X	X
B	X	X	7	6	X	X	X	X	X
D	X	X	7	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	2	X
G	5	4	8	6	X	5	X	2	X
H	4	4	8	6	X	5	X	X	X
A	X	4	8	1	X	2	X	X	X
D	X	1	8	X	X	2	X	X	X
B	X	X	8	X	X	1	X	X	X
F	X	X	2	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	3	3	6	4	3	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	E	A	B	F	H	C	D	G	I
DSAT ₁	6	5	5	4	4	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	3	1	1
DSAT ₃	■	1	■	2	2	2	1	2	1
DSAT ₄	■	2	■	■	2	3	1	2	1
DSAT ₅	■	2	■	■	2	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	■	3	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	3	1	2	2	3	2	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AHBDGBFEHIEGIAECFABCD

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BD\}, \{CF\}, \{DA\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E					X	3		4	
F	1	2	1		X	X	9	4	
A	X	2	1	4	X	X	9	4	
C	X	2	X	4	X	X	3	4	9
B	X	X	X	1	X	X	3	4	4
D	X	X	X	X	X	X	3	3	1
I	X	X	X	X	X	X	3	3	X
G	X	X	X	X	X	X	X	3	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	6	6	5	2	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	D	F	H	A	G	I	E
DSAT ₁	6	6	5	5	5	3	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	3	1	1	2
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	1	1	2
DSAT ₄	■	2	■	2	3	■	1	2	2
DSAT ₅	■	3	■	2	■	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	3	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AGBHCIBFCGFEHADHIDBCDFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFBDI d'un coût de $7 \times 100 = 700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 52

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

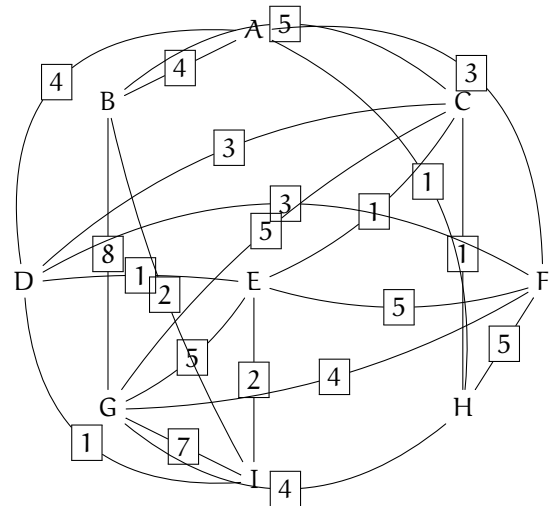
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	4	0	4	0	3	0	1	0
B	4	0	5	0	0	0	8	0	2
C	0	5	0	3	1	0	5	1	0
D	4	0	3	0	1	3	0	0	1
E	0	0	1	1	0	5	5	0	2
F	3	0	0	3	5	0	4	5	0
G	0	8	5	0	5	4	0	4	7
H	1	0	1	0	0	5	4	0	0
I	0	2	0	1	2	0	7	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		6	X	1	X	5	5	2	2
D	5	6	X	X	X	4	5	2	2
H	3	6	X	X	X	4	5	X	2
I	3	4	X	X	X	4	5	X	X
A	X	4	X	X	X	4	5	X	X
B	X	X	X	X	X	4	5	X	X
F	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		5	X	1	X	5	5	1	2
D	4	5	X	X	X	3	5	1	1
H	1	5	X	X	X	3	4	X	1
A	X	4	X	X	X	3	4	X	1
I	X	2	X	X	X	3	4	X	X
B	X	X	X	X	X	3	4	X	X
F	X	X	X	X	X	X	4	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	5	5	5	5	6	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	C	D	E	F	A	B	H	I
DSAT ₁	6	5	5	5	5	4	4	4	4
DSAT ₂	■	1	5	1	1	4	1	1	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	1	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	1	2	2	3
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	1	3	2	4	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et F. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et E. Par exemple :

AFCEGFHGIEBDEFDIBGCHABCDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BI\}, \{CE\}, \{DE\}, \{FD\}, \{GH\}, \{HC\}, \{ID\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 53

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

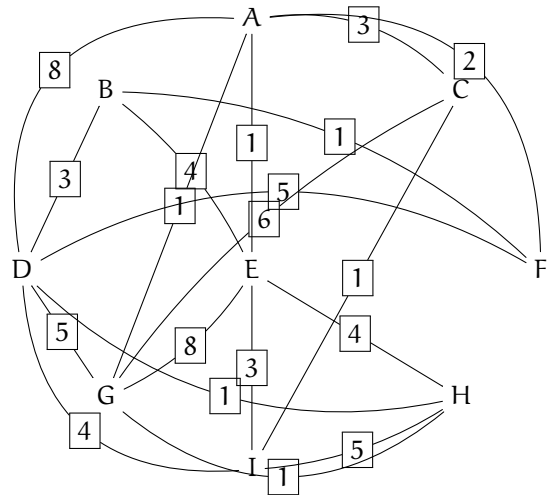
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0. 0.5
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	8	1	2	1	0	0
B	0	0	0	3	4	1	0	0	0
C	3	0	0	0	0	0	6	0	1
D	8	3	0	0	0	5	5	1	4
E	1	4	0	0	0	0	8	4	3
F	2	1	0	5	0	0	0	0	0
G	1	0	6	5	8	0	0	1	0
H	0	0	0	1	4	0	1	0	5
I	0	0	1	4	3	0	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	4	9	X	3	2	4	3
G	X	4	4	7	X	3	X	3	3
F	X	4	4	7	X	X	X	3	3
H	X	4	4	4	X	X	X	X	3
I	X	4	4	4	X	X	X	X	X
B	X	X	4	4	X	X	X	X	X
C	X	X	X	4	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	3	8	X	2	1	4	3
G	X	4	3	5	X	2	X	1	3
H	X	4	3	1	X	2	X	X	3
D	X	3	3	X	X	2	X	X	3
F	X	1	3	X	X	X	X	X	3
B	X	X	3	X	X	X	X	X	3
C	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	3	3	6	5	3	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	D	A	E	G	H	I	B	C	F
DSAT ₁	6	5	5	5	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	2	2	3	1
DSAT ₄	■	3	■	3	2	3	2	■	1
DSAT ₅	■	■	■	4	2	3	2	■	2
DSAT ₆	■	■	■	■	3	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	1	3	2	3	2	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et G. Par exemple :

AFBEHIEGACGDFGHDICEABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAGHD d'un coût de $4 \times 100 = 400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 54

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

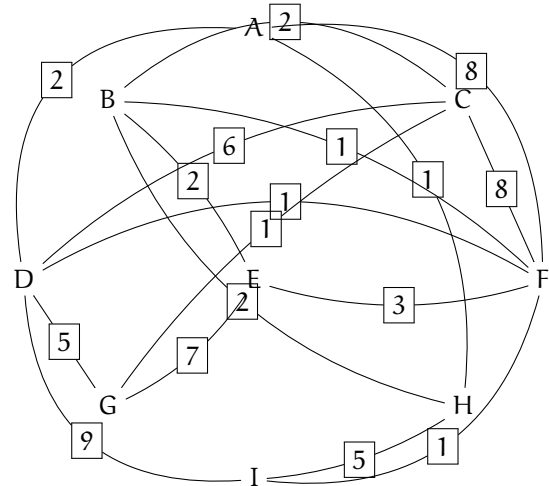
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	2	0	8	0	1	0
B	0	0	2	0	2	1	0	2	0
C	0	2	0	6	0	8	1	0	0
D	2	0	6	0	0	1	5	0	9
E	0	2	0	0	0	3	7	0	0
F	8	1	8	1	3	0	0	0	1
G	0	0	1	5	7	0	0	0	0
H	1	2	0	0	0	0	0	0	5
I	0	0	0	9	0	1	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	4		X	3	7	4	
F	11	X	4	4	X	X	7	4	4
C	11	X	X	4	X	X	5	4	4
D	6	X	X	X	X	X	5	4	4
H	5	X	X	X	X	X	5	X	4
I	5	X	X	X	X	X	5	X	X
A	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	2		X	1	7	2	
F	8	X	2	1	X	X	7	2	1
D	2	X	2	X	X	X	5	2	1
I	2	X	2	X	X	X	5	2	X
A	X	X	2	X	X	X	5	1	X
H	X	X	2	X	X	X	5	X	X
C	X	X	X	X	X	X	1	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	5	3	6	3	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	F	D	B	C	A	E	G	H	I
DSAT ₁	6	5	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	1	2	■	3	1
DSAT ₄	■	2	2	2	2	2	■	■	2
DSAT ₅	■	■	2	3	3	2	■	■	3
DSAT ₆	■	■	3	■	3	2	■	■	3
DSAT ₇	■	■	■	■	3	3	■	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	3	■	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	2	3	3	3	1	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et E. On ajoute une arête entre D et H. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AFBHADHIDCFDGCBEFIGEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBHA d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 55

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

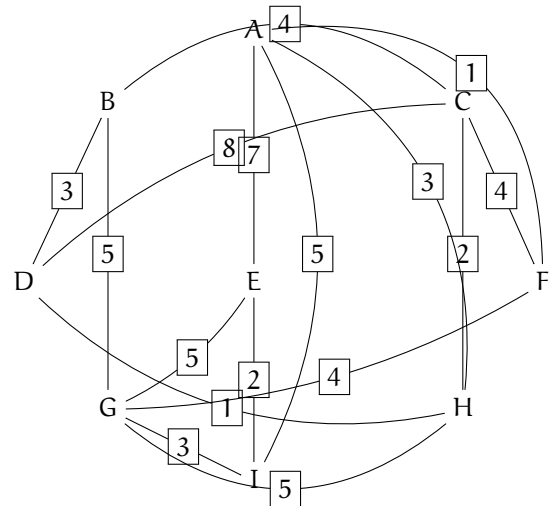
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	7	1	0	3	5
B	0	0	4	3	0	0	5	0	0
C	0	4	0	8	0	4	0	2	0
D	0	3	8	0	0	0	0	1	0
E	7	0	0	0	0	0	5	0	2
F	1	0	4	0	0	0	4	0	0
G	0	5	0	0	5	4	0	5	3
H	3	0	2	1	0	0	5	0	0
I	5	0	0	0	2	0	3	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	7				X		5		X
G	7	10			X	9	X	10	X
A	X	10			X	8	X	10	X
F	X	10	12		X	X	X	10	X
B	X	X	12	13	X	X	X	10	X
H	X	X	12	11	X	X	X	X	X
D	X	X	12	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	5				X		3		X
G	5	5			X	4	X	5	X
F	1	5	4		X	X	X	5	X
A	X	5	4		X	X	X	3	X
H	X	5	2	1	X	X	X	X	X
D	X	3	2	X	X	X	X	X	X
C	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	3	4	3	3	3	5	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	C	H	B	D	E	F	I
DSAT ₁	5	4	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	4	4	1	1	3	1	1	1
DSAT ₃	■	■	4	2	1	3	2	2	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	3	2
DSAT ₅	■	■	■	■	2	2	2	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	2	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	1	1	2	2	3	2	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et E. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AHCIAEBCDFGEIGHDBGCF A

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et C ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAFC d'un cout de $12 \times 100 = 1200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 56

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

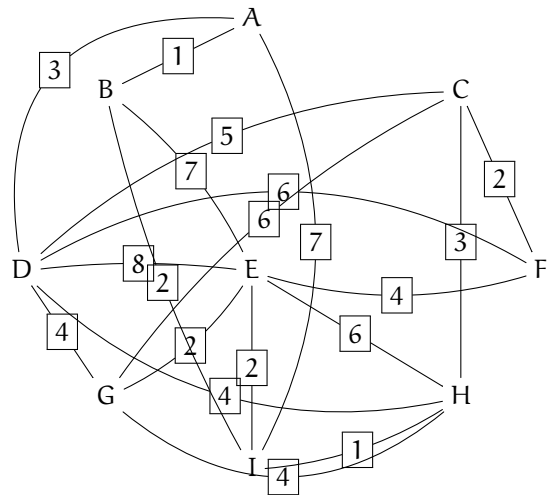
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0. 2
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	0	3	0	0	0	0	7
B	1	0	0	0	7	0	0	0	2
C	0	0	0	5	0	2	6	3	0
D	3	0	5	0	8	6	4	4	0
E	0	7	0	8	0	4	2	6	2
F	0	0	2	6	4	0	0	0	0
G	0	0	6	4	2	0	0	4	0
H	0	0	3	4	6	0	4	0	1
I	7	2	0	0	2	0	0	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	8	6	X	4	X	6	2
I	9	4	8	6	X	4	X	3	X
H	9	4	6	6	X	4	X	X	X
B	5	X	6	6	X	4	X	X	X
F	5	X	6	6	X	X	X	X	X
A	X	X	6	6	X	X	X	X	X
C	X	X	X	6	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	6	4	X	4	X	4	2
I	7	2	6	4	X	4	X	1	X
H	7	2	3	4	X	4	X	X	X
B	1	X	3	4	X	4	X	X	X
A	X	X	3	3	X	4	X	X	X
C	X	X	X	3	X	2	X	X	X
F	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	3	4	6	6	3	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	E	H	C	G	I	A	B	F
DSAT ₁	6	6	5	4	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	1	1	■	2	1	1
DSAT ₄	■	■	3	1	2	■	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	2	3	■	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	2	4	1	2	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre B et H. Par exemple :

AFCDGHDFEHI EGCHBIABEDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EIBA d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X		6	6	3
B	1	X	2	5	X		6	6	3
A	X	X	1	5	X		6	6	3
C	X	X	X	1	X		6	6	3
D	X	X	X	X	X	7	1	4	1
G	X	X	X	X	X	7	X	1	1
H	X	X	X	X	X	7	X	X	1
I	X	X	X	X	X	1	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	6	4	2	5	4	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	I	D	B	G	C	E	H	A	F
DSAT ₁	7	6	5	5	4	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	1	1	■	1
DSAT ₄	■	2	■	2	3	2	1	■	1
DSAT ₅	■	3	■	2	■	2	1	■	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	3	5	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et I. On ajoute une arête entre B et G. Par exemple :

AGHIGBEGDHEIDFIBDCIABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CA\}, \{DC\}, \{FI\}, \{GD\}, \{HG\}, \{ID\}$$

Son poids est de 9 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 9 = 900$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3			6	X	2			3
F	1	7		6	X	X			3
A	X	3	2	6	X	X	4		3
C	X	3	X	6	X	X	4	5	3
B	X	X	X	2	X	X	4	1	3
H	X	X	X	2	X	X	4	X	3
D	X	X	X	X	X	X	2	X	2
G	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	3	4	4	4	2	3	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	I	B	D	E	F	C	H	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	3	3	2
DSAT ₂	■	5	1	4	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	■	1	1	2	2	2	1	1
DSAT ₄	■	■	1	2	■	3	2	1	1
DSAT ₅	■	■	2	2	■	■	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	3	2	3	2	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et H. On ajoute une arête entre C et B ainsi qu'une arête entre B et I. Par exemple :

AGDIBHAEFIEDBFBABCHICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour émettre à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BA\}, \{CA\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GD\}, \{HB\}, \{ID\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 59

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

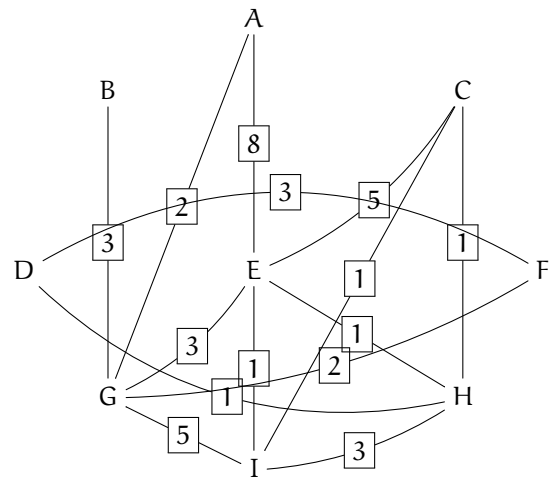
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	8	0	2	0	0
B	0	0	0	0	0	0	3	0	0
C	0	0	0	0	5	0	0	1	1
D	0	0	0	0	0	3	0	1	0
E	8	0	5	0	0	0	3	1	1
F	0	0	0	3	0	0	2	0	0
G	2	3	0	0	3	2	0	0	5
H	0	0	1	1	1	0	0	0	3
I	0	0	1	0	1	0	5	3	0

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		2	2	X		3	X	1
I	8		2	2	X		3	X	X
C	8		X	2	X		3	X	X
D	8		X	X	X	5	3	X	X
G	5	6	X	X	X	5	X	X	X
A	X	6	X	X	X	5	X	X	X
F	X	6	X	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		1	1	X		3	X	1
C	8		X	1	X		3	X	1
D	8		X	X	X	3	3	X	1
I	8		X	X	X	3	3	X	X
F	8		X	X	X	X	2	X	X
G	2	3	X	X	X	X	X	X	X
A	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	1	3	2	5	2	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	G	H	I	C	A	D	F	B
DSAT ₁	5	5	4	4	3	2	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	1	2	1	1	1	■	1	1
DSAT ₄	■	1	■	2	2	1	■	1	1
DSAT ₅	■	2	■	■	3	1	■	1	1
DSAT ₆	■	2	■	■	■	1	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	2	■	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	2	3	4	3	1	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre E et D ainsi qu'une arête entre D et G. Par exemple :

AEHIECHDEGDFGICBGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EHDF d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 60

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

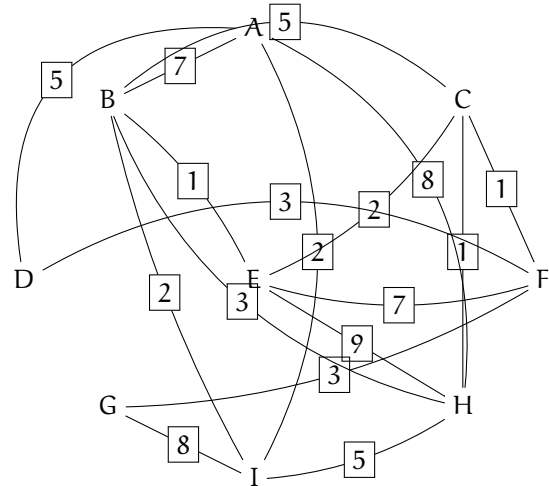
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe.
 On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	7	0	5	0	0	0	8	2
B	7	0	5	0	1	0	0	3	2
C	0	5	0	0	2	1	0	1	0
D	5	0	0	0	0	3	0	0	0
E	0	1	2	0	0	7	0	9	0
F	0	0	1	3	7	0	3	0	0
G	0	0	0	0	0	3	0	0	8
H	8	3	1	0	9	0	0	0	5
I	2	2	0	0	0	0	8	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	8	X	2		X	7		4	3
C	8	X	X		X	3		3	3
F	8	X	X	6	X	X	6	3	3
H	8	X	X	6	X	X	6	X	3
I	5	X	X	6	X	X	6	X	X
A	X	X	X	6	X	X	6	X	X
D	X	X	X	X	X	X	6	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	7	X	2		X	7		3	2
C	7	X	X		X	1		1	2
F	7	X	X	3	X	X	3	1	2
H	7	X	X	3	X	X	3	X	2
I	2	X	X	3	X	X	3	X	X
A	X	X	X	3	X	X	3	X	X
D	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	4	2	4	4	2	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	H	A	C	E	F	I	D	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	2	2
DSAT ₃	■	1	1	2	2	■	1	1	1
DSAT ₄	■	2	1	■	3	■	1	1	1
DSAT ₅	■	3	1	■	■	■	1	1	1
DSAT ₆	■	■	2	■	■	■	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et D ainsi qu'une arête entre D et H. Par exemple :

AHBIABCFDHCEFGIHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés Avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des Avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AI\}, \{BE\}, \{CE\}, \{DF\}, \{FC\}, \{GF\}, \{HC\}, \{IB\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 61

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

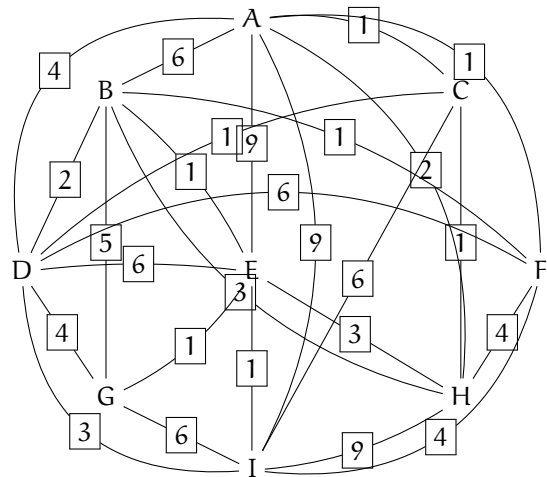
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	6	1	4	9	1	0	2	9
B	6	0	0	2	1	1	5	3	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	6
D	4	2	1	0	6	6	4	0	3
E	9	1	0	6	0	0	1	3	1
F	1	1	0	6	0	0	0	4	4
G	0	5	0	4	1	0	0	0	6
H	2	3	1	0	3	4	0	0	9
I	9	0	6	3	1	4	6	9	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	7	X		3	X	2	1	3	1
G	7	X		3	X	2	X	3	1
I	7	X	7	3	X	2	X	3	X
F	3	X	7	3	X	X	X	3	X
A	X	X	4	3	X	X	X	3	X
D	X	X	4	X	X	X	X	3	X
H	X	X	4	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	6	X		2	X	1	1	3	1
F	1	X		2	X	X	1	3	1
A	X	X	1	2	X	X	1	2	1
C	X	X	X	1	X	X	1	1	1
D	X	X	X	X	X	X	1	1	1
G	X	X	X	X	X	X	X	1	1
H	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	7	6	4	7	6	5	4	6	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	A	D	I	B	E	H	F	C	G
DSAT ₁	7	7	7	6	6	6	5	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	4
DSAT ₃	■	2	2	2	2	1	1	1	■
DSAT ₄	■	■	3	3	3	1	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	3	4	2	3	3	■
DSAT ₆	■	■	■	4	■	3	3	3	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	4	3	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	5	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	4	■
Coul	1	2	3	3	4	2	4	4	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G ainsi qu'une arête entre G et F. On ajoute une arête entre HI. On ajoute une arête entre DE. On ajoute une arête entre CG. On ajoute une arête entre C et B ainsi qu'une arête entre B et I. On ajoute une arête entre D et H ainsi qu'une arête entre H et G. Par exemple :

AH BIAFBGHIGADBEHFIEABCHDFGDI CDEGCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 4, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et C ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBFAC d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	2	4		X		2		
B	3	X	2	5	X	3	2	1	
H	3	X	2	1	X	3	2	X	
D	3	X	2	X	X	3	2	X	3
C	3	X	X	X	X	3	2	X	3
G	3	X	X	X	X	1	X	X	3
F	3	X	X	X	X	X	X	X	3
A	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	3	5	4	6	5	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	B	F	A	D	G	E	C	H	I
DSAT ₁	6	6	5	5	5	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	5	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	2	1	■	2	1	2	1
DSAT ₄	■	■	3	2	■	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	3	■	3	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	4	1	2	3	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et C. On ajoute une arête entre D et G. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AFBHDGHIGFIDFCEGADBEABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BE\}, \{CB\}, \{DH\}, \{FG\}, \{GE\}, \{HB\}, \{ID\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	4	5	4		X	3			
F	4	5	3		X	X	1		
G	4	5	3	2	X	X	X	5	3
D	1	5	3	X	X	X	X	5	3
A	X	5	3	X	X	X	X	1	3
H	X	1	2	X	X	X	X	X	3
B	X	X	2	X	X	X	X	X	3
C	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	6	3	4	3	4	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	C	A	B	E	G	H	D	F	I
DSAT ₁	6	5	4	4	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	1	1	1	3
DSAT ₃	■	1	1	1	■	2	2	2	1
DSAT ₄	■	2	2	1	■	■	2	2	1
DSAT ₅	■	■	2	2	■	■	3	2	2
DSAT ₆	■	■	2	2	■	■	■	2	2
DSAT ₇	■	■	■	3	■	■	■	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	3	2	1	2	2	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre D et I. Par exemple :

AHBIADCFGDIGHCEFACBEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFGI d'un cout de $7 \times 100 = 700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7	1	2	1	X		3	1	
B	7	X	2	1	X	3	3	1	
D	7	X	2	X	X	2	2	1	3
H	7	X	2	X	X	2	2	X	3
C	7	X	X	X	X	2	2	X	1
I	7	X	X	X	X	2	2	X	X
F	7	X	X	X	X	X	2	X	X
G	4	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	2	6	5	6	4	6	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	C	E	G	I	D	F	H	A	B
DSAT ₁	6	6	6	6	5	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	2
DSAT ₃	■	2	2	2	1	1	1	■	2
DSAT ₄	■	■	3	2	2	1	2	■	1
DSAT ₅	■	■	■	3	3	1	3	■	1
DSAT ₆	■	■	■	■	4	2	4	■	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	4	■	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	3	■	■	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	2	4	3	4	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. Par exemple :

AGHIGCHEGDICFBEDFIADCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AG\}, \{BE\}, \{CE\}, \{DE\}, \{FD\}, \{GD\}, \{HE\}, \{IC\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2	4	X		7		2
B		X	2	4	X	1	1		2
F	1	X	2	4	X	X	1	2	2
A	X	X	2	4	X	X	1	2	2
G	X	X	2	2	X	X	X	2	1
I	X	X	2	2	X	X	X	2	X
C	X	X	X	2	X	X	X	2	X
D	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	2	4	5	4	5	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	E	G	D	F	I	A	C	H
DSAT ₁	5	5	5	4	4	4	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	4	1	1	3	1	2
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	3	■	1	2	1	2	1
DSAT ₅	■	■	■	■	2	3	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	1	2	4	3	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre E et A ainsi qu'une arête entre A et G. Par exemple :

AGBIADGEIGFHDEBFABCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour en faire passer à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BE\}, \{CE\}, \{DG\}, \{FB\}, \{GB\}, \{HF\}, \{IG\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 66

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

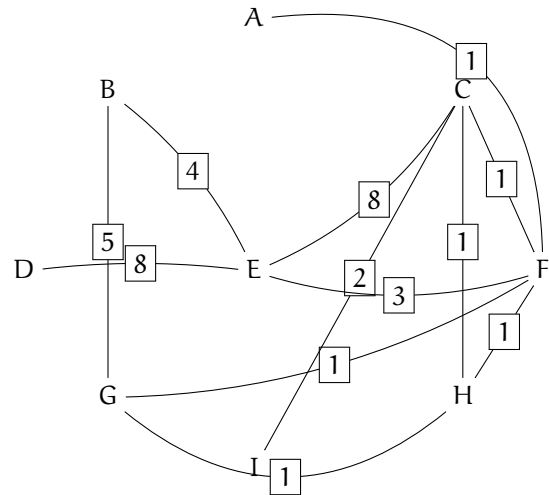
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	4	0	5	0	0
C	0	0	0	0	8	1	0	1	2
D	0	0	0	0	8	0	0	0	0
E	0	4	8	8	0	3	0	0	0
F	1	0	1	0	3	0	1	1	0
G	0	5	0	0	0	1	0	1	0
H	0	0	1	0	0	1	1	0	0
I	0	0	2	0	0	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		4	8	8	X	3			
F	4	4	4	8	X	X	4	4	
A	X	4	4	8	X	X	4	4	
B	X	X	4	8	X	X	4	4	
C	X	X	X	8	X	X	4	4	6
G	X	X	X	8	X	X	X	4	6
H	X	X	X	8	X	X	X	X	6
I	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		4	8	8	X	3			
F	1	4	1	8	X	X	1	1	
A	X	4	1	8	X	X	1	1	
C	X	4	X	8	X	X	1	1	2
G	X	4	X	8	X	X	X	1	2
H	X	4	X	8	X	X	X	X	2
I	X	4	X	8	X	X	X	X	X
B	X	X	X	8	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	1	2	4	1	4	5	3	3	1

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	F	C	E	G	H	B	A	D	I
DSAT ₁	5	4	4	3	3	2	1	1	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	2	1	1	1
DSAT ₃	■	1	2	2	1	■	1	1	1
DSAT ₄	■	2	■	2	1	■	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	2	2	■	1	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	3	■	1	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	1	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	1	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	3	2	2	4	1	2	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre F et I. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

AFCHFICEFGHADEBGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 4 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFCI d'un coût de $6 \times 100 = 600$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 67

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

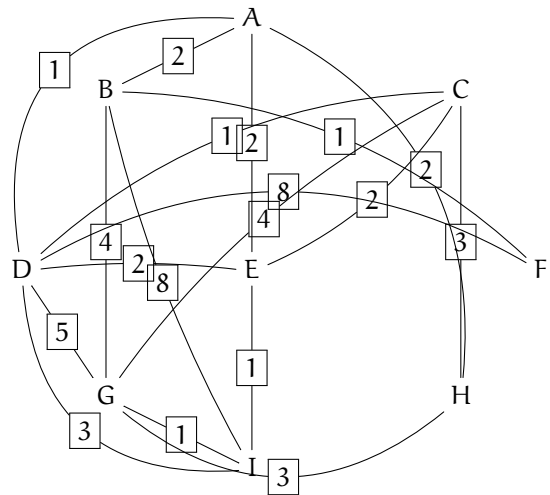
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	2	0	1	2	0	0	2	0
B	2	0	0	0	0	1	4	0	8
C	0	0	0	1	2	0	4	3	0
D	1	0	1	0	2	8	5	0	3
E	2	0	2	2	0	0	0	0	1
F	0	1	0	8	0	0	0	0	0
G	0	4	4	5	0	0	0	3	1
H	2	0	3	0	0	0	3	0	0
I	0	8	0	3	1	0	1	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2		2	2	X				1
I	2	9	2	2	X		2		X
A	X	4	2	2	X		2	4	X
C	X	4	X	2	X		2	4	X
D	X	4	X	X	X	10	2	4	X
G	X	4	X	X	X	10	X	4	X
B	X	X	X	X	X	5	X	4	X
H	X	X	X	X	X	5	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2		2	2	X				1
I	2	8	2	2	X		1		X
G	2	4	2	2	X		X	3	X
A	X	2	2	1	X		X	2	X
D	X	2	1	X	X	8	X	2	X
C	X	2	X	X	X	8	X	2	X
B	X	X	X	X	X	1	X	2	X
F	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	4	6	4	2	5	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	D	G	A	B	C	E	I	H	F
DSAT ₁	6	5	4	4	4	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	4	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	2	3	2
DSAT ₄	■	3	3	■	2	1	2	■	2
DSAT ₅	■	■	3	■	3	1	3	■	2
DSAT ₆	■	■	■	■	3	2	3	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Coul	1	2	2	1	3	4	3	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre G et E ainsi qu'une arête entre E et H. Par exemple :

AEHGIECDEGBIDGCHABFDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EABF d'un coût de $5 \times 100 = 500$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E					X		3	1	
H			2	3	X	7	3	X	4
C	9		X	3	X	7	3	X	1
I	9		X	3	X	5	3	X	X
D	3	5	X	X	X	3	3	X	X
A	X	5	X	X	X	3	3	X	X
F	X	3	X	X	X	X	2	X	X
G	X	1	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	3	3	6	2	5	5	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	F	G	H	I	B	C	A	E
DSAT ₁	6	5	5	5	5	3	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	3	1	2
DSAT ₃	■	1	1	2	2	1	■	2	2
DSAT ₄	■	2	1	■	3	1	■	2	1
DSAT ₅	■	3	2	■	■	1	■	2	1
DSAT ₆	■	■	3	■	■	2	■	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	■	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	3	1	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre G et H. On ajoute une arête entre F et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AFBGHIGDHFIDFGEHCIACBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AD\}, \{BG\}, \{CH\}, \{DH\}, \{FD\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IC\}$$

Son poids est de 16 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 16 = 1600$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 69

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

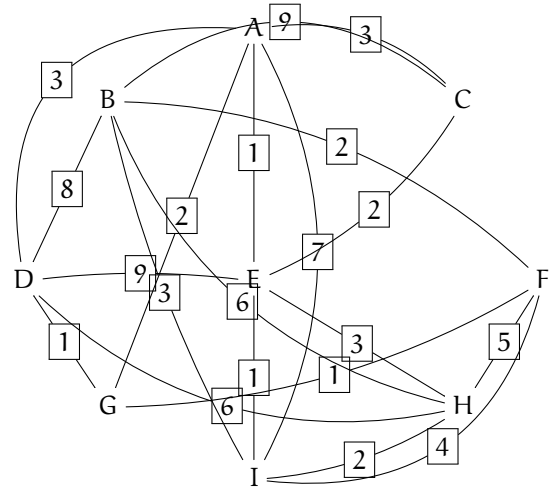
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	3	1	0	2	0	7
B	0	0	9	8	0	2	0	6	3
C	3	9	0	0	2	0	0	0	0
D	3	8	0	0	9	0	1	6	0
E	1	0	2	9	0	0	0	3	1
F	0	2	0	0	0	0	1	5	4
G	2	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	6	0	6	3	5	0	0	2
I	7	3	0	0	1	4	0	2	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		2	9	X			3	1
A	X		2	4	X		3	3	1
I	X	4	2	4	X	5	3	3	X
C	X	4	X	4	X	5	3	3	X
G	X	4	X	4	X	4	X	3	X
H	X	4	X	4	X	4	X	X	X
B	X	X	X	4	X	4	X	X	X
D	X	X	X	X	X	4	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		2	9	X			3	1
A	X		2	3	X		2	3	1
I	X	3	2	3	X	4	2	2	X
C	X	3	X	3	X	4	2	2	X
G	X	3	X	1	X	1	X	2	X
D	X	3	X	X	X	1	X	2	X
F	X	2	X	X	X	X	X	2	X
B	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	3	5	5	4	3	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	A	B	D	E	H	I	F	C	G
DSAT ₁	5	5	5	5	5	5	4	3	3
DSAT ₂	■	5	1	1	5	1	4	1	1
DSAT ₃	■	■	2	1	1	2	1	2	1
DSAT ₄	■	■	■	2	2	2	1	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	1	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	2	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	1	2	3	4	2	3	2	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre E et G. On ajoute une arête entre H et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AECHEICDEGDHBIADBFHIFGABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAGF d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 70

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

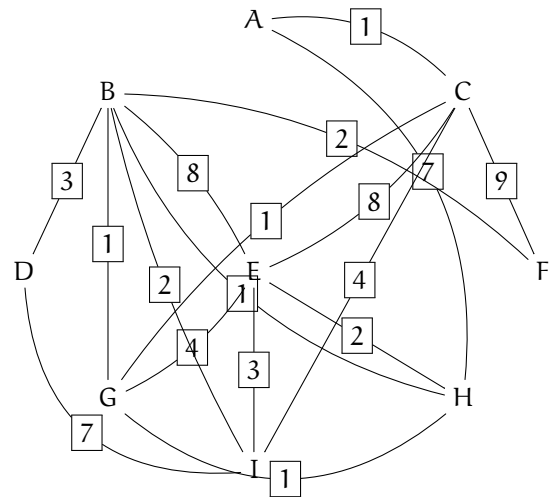
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	1	0	0	0	0	7	0
B	0	0	0	3	8	2	1	1	2
C	1	0	0	0	8	9	1	0	4
D	0	3	0	0	0	0	0	0	7
E	0	8	8	0	0	0	4	2	3
F	0	2	9	0	0	0	0	0	0
G	0	1	1	0	4	0	0	1	0
H	7	1	0	0	2	0	1	0	0
I	0	2	4	7	3	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		8	8		X		4	2	3
H	9	3	8		X		3	X	3
B	9	X	8	6	X	5	3	X	3
G	9	X	4	6	X	5	X	X	3
I	9	X	4	6	X	5	X	X	X
C	5	X	X	6	X	5	X	X	X
A	X	X	X	6	X	5	X	X	X
F	X	X	X	6	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		8	8		X		4	2	3
H	7	1	8		X		1	X	3
B	7	X	8	3	X	2	1	X	2
G	7	X	1	3	X	2	X	X	2
C	1	X	X	3	X	2	X	X	2
A	X	X	X	3	X	2	X	X	2
F	X	X	X	3	X	X	X	X	2
I	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	6	5	2	5	2	4	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	E	G	H	I	A	D	F
DSAT ₁	6	5	5	4	4	4	2	2	2
DSAT ₂	■	5	1	1	1	1	2	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	3	1	1	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	1	1	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	1	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	3	4	3	2	2	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D ainsi qu'une arête entre D et E. Par exemple :

ACDEGHEIDBECFBGCIBHA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EHGCA d'un coût de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 71

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

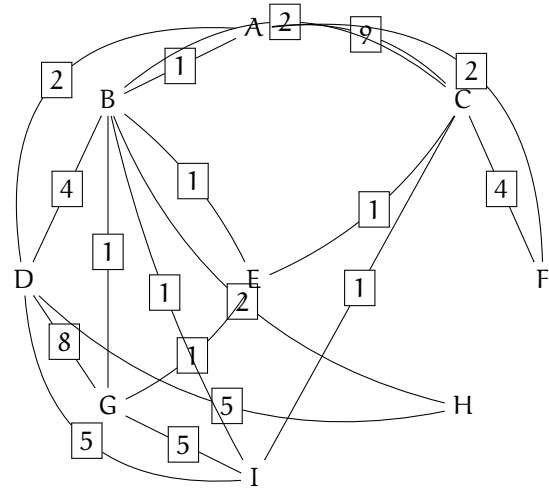
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	9	2	0	2	0	0	0
B	1	0	2	4	1	0	1	2	1
C	9	2	0	0	1	4	0	0	1
D	2	4	0	0	0	0	8	5	5
E	0	1	1	0	0	0	1	0	0
F	2	0	4	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	8	1	0	0	0	5
H	0	2	0	5	0	0	0	0	0
I	0	1	1	5	0	0	5	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	1		X		1		
B	2	X	1	5	X		1	3	2
C	2	X	X	5	X	5	1	3	2
G	2	X	X	5	X	5	X	3	2
A	X	X	X	4	X	4	X	3	2
I	X	X	X	4	X	4	X	3	X
H	X	X	X	4	X	4	X	X	X
D	X	X	X	X	X	4	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	1		X		1		
B	1	X	1	4	X		1	2	1
A	X	X	1	2	X	2	1	2	1
C	X	X	X	2	X	2	1	2	1
G	X	X	X	2	X	2	X	2	1
I	X	X	X	2	X	2	X	2	X
D	X	X	X	X	X	2	X	2	X
F	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	7	5	5	3	2	4	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	D	A	G	I	E	F	H
DSAT ₁	7	5	5	4	4	4	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	2	1
DSAT ₃	■	2	1	2	1	1	1	■	1
DSAT ₄	■	■	1	3	1	2	2	■	1
DSAT ₅	■	■	2	■	1	2	2	■	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	3	■	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	2	3	4	3	3	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre B et F ainsi qu'une arête entre F et E. Par exemple :

ADBHDIBECFEGICDGBFABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBAD d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	4	3	7	1	X		4	2	
D	4	3	7	X	X	6	4	2	9
H	4	3	7	X	X	6	4	X	9
B	4	X	7	X	X	1	4	X	9
F	3	X	7	X	X	X	2	X	2
G	3	X	2	X	X	X	X	X	2
C	2	X	X	X	X	X	X	X	2
A	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	3	3	6	6	6	4	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	E	F	A	G	I	B	C	H
DSAT ₁	6	6	6	5	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	1	■	2	1	1	1
DSAT ₄	■	■	2	2	■	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	3	■	3	3	2	3
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	3	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	2	3	1	4	3	4	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et H. Par exemple :

AFBEGIFHEDFGCHDIACEABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AC\}, \{BE\}, \{CG\}, \{DE\}, \{FB\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IF\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 73

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

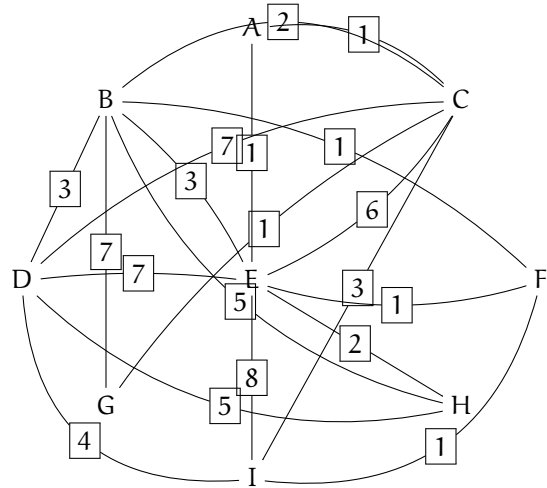
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	1	0	1	0	0	0	0
B	0	0	2	3	3	1	7	5	0
C	1	2	0	7	6	0	1	0	3
D	0	3	7	0	7	0	0	5	4
E	1	3	6	7	0	1	0	2	8
F	0	1	0	0	1	0	0	0	1
G	0	7	1	0	0	0	0	0	0
H	0	5	0	5	2	0	0	0	0
I	0	0	3	4	8	1	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	3	6	7	X	1		2	8
A	X	3	2	7	X	1		2	8
F	X	2	2	7	X	X		2	2
B	X	X	2	5	X	X	9	2	2
C	X	X	X	5	X	X	3	2	2
H	X	X	X	5	X	X	3	X	2
I	X	X	X	5	X	X	3	X	X
G	X	X	X	5	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	3	6	7	X	1		2	8
A	X	3	1	7	X	1		2	8
C	X	2	X	7	X	1	1	2	3
F	X	1	X	7	X	X	1	2	1
B	X	X	X	3	X	X	1	2	1
G	X	X	X	3	X	X	X	2	1
I	X	X	X	3	X	X	X	2	X
H	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	6	6	5	7	3	2	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	E	B	C	D	I	F	H	A	G
DSAT ₁	7	6	6	5	4	3	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	2	2	1	1	1	1	1	■
DSAT ₄	■	■	3	2	1	2	2	1	■
DSAT ₅	■	■	■	3	2	2	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	■	3	2	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	2	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	2	■
Coul	1	2	3	4	2	3	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre E et G ainsi qu'une arête entre G et H. Par exemple :

ACBGCIDHBEGHEFIEDFBDCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFB D d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 74

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

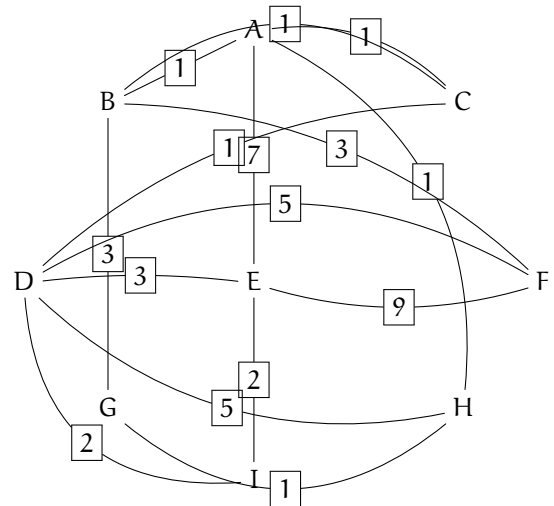
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	1	0	7	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	3	3	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	3	5	0	5	2
E	7	0	0	3	0	9	0	0	2
F	0	3	0	5	9	0	0	0	0
G	0	3	0	0	0	0	0	1	0
H	1	0	0	5	0	0	1	0	0
I	0	0	0	2	2	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7			3	X	9			2
I	7			3	X	9			X
D	7		4	X	X	8		8	X
C	5	5	X	X	X	8		8	X
A	X	5	X	X	X	8		6	X
B	X	X	X	X	X	8	8	6	X
H	X	X	X	X	X	8	7	X	X
G	X	X	X	X	X	8	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7			3	X	9			2
I	7			2	X	9			X
D	7		1	X	X	5		5	X
C	1	1	X	X	X	5		5	X
A	X	1	X	X	X	5		1	X
B	X	X	X	X	X	3	3	1	X
H	X	X	X	X	X	3	1	X	X
G	X	X	X	X	X	3	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	3	5	4	3	2	3	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	A	B	E	C	F	H	G	I
DSAT ₁	5	4	4	4	3	3	3	2	2
DSAT ₂	■	4	4	1	1	1	1	2	1
DSAT ₃	■	■	1	2	2	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	1	■	2	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	2	■	■	2	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	1	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	1	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	3	2	2	4	2	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et F. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et H. Par exemple :

AEDBGHBFCD FEIDHABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en G mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et G ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDCAHG d'un coût de $7 \times 100 = 700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E				8	X		7	2	
H		1		1	X		7	X	
B	2	X		1	X	5	7	X	
D	2	X		X	X	5	7	X	
A	X	X	1	X	X	5	7	X	
C	X	X	X	X	X	5	7	X	
F	X	X	X	X	X	X	7	X	
G	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	1	4	3	2	3	4	1

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	B	D	H	E	G	F	C	I
DSAT ₁	4	4	4	4	3	3	2	1	1
DSAT ₂	■	1	1	4	3	3	1	1	1
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	3	■	1	1	2	1	1
DSAT ₅	■	■	■	■	2	1	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	1	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	3	1	2	3	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AGEHGIACEDHBFABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour émettre à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BH\}, \{CA\}, \{DH\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HE\}, \{IG\}$$

Son poids est de 22 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 22 = 2200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 76

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

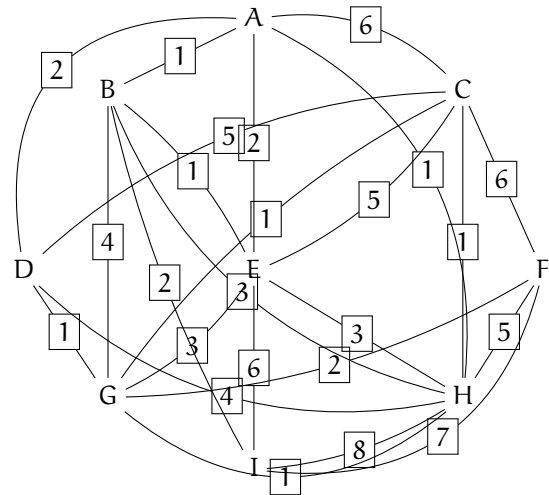
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	6	2	2	0	0	1	0
B	1	0	0	0	1	0	4	3	2
C	6	0	0	5	5	6	1	1	0
D	2	0	5	0	0	0	1	4	0
E	2	1	5	0	0	0	3	3	6
F	0	0	6	0	0	0	2	5	7
G	0	4	1	1	3	2	0	1	0
H	1	3	1	4	3	5	1	0	8
I	0	2	0	0	6	7	0	8	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2	1	5		X		3	3	6
B	2	X	5		X		3	3	3
A	X	X	5	4	X		3	3	3
G	X	X	4	4	X	5	X	3	3
H	X	X	4	4	X	5	X	X	3
I	X	X	4	4	X	5	X	X	X
C	X	X	X	4	X	5	X	X	X
D	X	X	X	X	X	5	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2	1	5		X		3	3	6
B	1	X	5		X		3	3	2
A	X	X	5	2	X		3	1	2
H	X	X	1	2	X	5	1	X	2
C	X	X	X	2	X	5	1	X	2
G	X	X	X	1	X	2	X	X	2
D	X	X	X	X	X	2	X	X	2
F	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	6	4	6	4	6	8	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	H	C	E	G	A	B	D	F	I
DSAT ₁	8	6	6	6	5	5	4	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	2	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	■	3	3	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	3	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	4	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	4	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	3	4	4	2	3	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F ainsi qu'une arête entre F et B. Par exemple :

AFHIFBHCFCGHEIBGCEGDHACDABEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FG\}, \{GH\}, \{HA\}, \{IB\}$$

Son poids est de 10 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 10 = 1000$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		9		X		2	9	
G	5		6	3	X	2	X	4	
F	5		6	3	X	X	X	2	7
H	5	1	2	3	X	X	X	X	7
B	3	X	2	3	X	X	X	X	1
I	3	X	2	3	X	X	X	X	X
C	3	X	X	3	X	X	X	X	X
A	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	3	3	1	4	3	5	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	G	H	E	B	C	F	A	I	D
DSAT ₁	5	5	4	3	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	3	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	2	1	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	2	■	2	2	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	■	3	2	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	3	1	4	3	2	2	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

AGCHABHEGDFGHFIBCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BH\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FG\}, \{GE\}, \{HF\}, \{IB\}$$

Son poids est de 16 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 16 = 1600$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		6	1		X			1	
C	3	1	X	9	X	1	8	1	
B	3	X	X	1	X	1	4	1	2
D	3	X	X	X	X	1	4	1	1
F	3	X	X	X	X	X	2	1	1
H	2	X	X	X	X	X	2	X	1
I	2	X	X	X	X	X	2	X	X
A	X	X	X	X	X	X	1	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	7	4	3	5	4	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	C	B	A	F	H	D	G	E	I
DSAT ₁	7	6	5	5	5	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	2	1	1	2	1	1	■
DSAT ₄	■	■	2	2	1	3	2	2	■
DSAT ₅	■	■	2	2	2	■	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	3	3	■	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	4	■	4	2	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	3	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	2	3	4	3	4	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et E. On ajoute une arête entre C et I. On ajoute une arête entre F et I ainsi qu'une arête entre I et H. Par exemple :

AGBIAFHIFBEHACHDICFGCBDC EA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est ECBD d'un coût de $3 \times 100 = 300$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 79

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

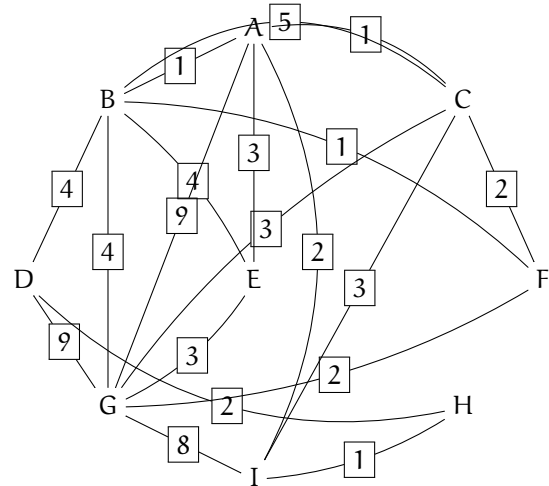
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	1	0	3	0	9	0	2
B	1	0	5	4	4	1	4	0	0
C	1	5	0	0	0	2	3	0	3
D	0	4	0	0	0	0	9	2	0
E	3	4	0	0	0	0	3	0	0
F	0	1	2	0	0	0	2	0	0
G	9	4	3	9	3	2	0	0	8
H	0	0	0	2	0	0	0	0	1
I	2	0	3	0	0	0	8	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	4			X		3		
A	X	4	4		X		3		5
G	X	4	4	12	X	5	X		5
B	X	X	4	8	X	5	X		5
C	X	X	X	8	X	5	X		5
F	X	X	X	8	X	X	X		5
I	X	X	X	8	X	X	X	6	X
H	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	4			X		3		
A	X	1	1		X		3		2
B	X	X	1	4	X	1	3		2
C	X	X	X	4	X	1	3		2
F	X	X	X	4	X	X	2		2
G	X	X	X	4	X	X	X		2
I	X	X	X	4	X	X	X	1	X
H	X	X	X	2	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	5	3	3	3	7	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	B	A	C	I	D	E	F	H
DSAT ₁	7	6	5	5	4	3	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	1	1	1	2	2	1	1	■
DSAT ₄	■	1	2	2	■	2	1	1	■
DSAT ₅	■	2	■	3	■	2	2	1	■
DSAT ₆	■	3	■	■	■	2	2	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	3	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	3	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	4	2	3	4	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et H ainsi qu'une arête entre H et G. Par exemple :

AGHIGBFCEGCIADGFHDBEABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BA\}, \{CA\}, \{DH\}, \{FB\}, \{GF\}, \{HI\}, \{IA\}$$

Son poids est de 13 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 13 = 1300$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			7	7	X	2	5		2
F		3	7	1	X	X	5	2	2
D	7	3	7	X	X	X	5	2	1
I	7	3	1	X	X	X	5	2	X
C	7	3	X	X	X	X	1	1	X
G	7	3	X	X	X	X	X	1	X
H	6	1	X	X	X	X	X	X	X
B	6	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	4	4	5	5	5	6	6	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	I	G	H	D	E	F	B	C	A
DSAT ₁	7	6	6	5	5	5	4	4	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	1	2	2	1	1	1	1	■
DSAT ₄	■	2	■	2	1	2	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	3	2	2	3	3	■
DSAT ₆	■	■	■	■	3	3	3	3	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	3	4	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	4	■
Coul	1	3	2	2	4	3	4	5	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et E. On ajoute une arête entre F et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AHBIADGHIGEIDBECHFDEFICGBFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BH\}, \{CI\}, \{DF\}, \{FE\}, \{GC\}, \{HC\}, \{ID\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7	4	5	3	X		1		
G	7	4	5	3	X	8	X		2
I	7	4	5	3	X	1	X	7	X
F	7	4	1	3	X	X	X	7	X
C	7	4	X	3	X	X	X	7	X
D	1	4	X	X	X	X	X	7	X
A	X	4	X	X	X	X	X	7	X
B	X	X	X	X	X	X	X	7	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	2	3	3	5	3	3	1	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	I	C	D	F	G	A	B	H
DSAT ₁	5	4	3	3	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	4	1	1	3	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	1	2	1	2	1	1	1
DSAT ₄	■	■	1	■	1	2	2	1	1
DSAT ₅	■	■	1	■	2	■	2	1	1
DSAT ₆	■	■	2	■	■	■	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	1	2	2	3	2	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre E et F. On ajoute une arête entre G et H. Par exemple :

ADCEFGHIGEDIFCBEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGIF d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9		1	3	X		2		3
C	5		X	2	X		2	4	3
D	5	4	X	X	X		2	4	3
G	4	1	X	X	X	4	X	1	3
B	4	X	X	X	X	1	X	1	3
F	3	X	X	X	X	X	X	1	3
H	3	X	X	X	X	X	X	X	3
A	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	6	6	5	5	5	4	7	4	8

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	I	G	A	B	C	D	E	F	H
DSAT ₁	8	7	6	6	5	5	5	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	2	2	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	2	3	3	2
DSAT ₅	■	■	■	■	2	3	3	4	3
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	3	■	3
DSAT ₇	■	■	■	■	3	■	4	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	4	■	■	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	3	4	2	3	4	5	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_5 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 5. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 5.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et G. On ajoute une arête entre D et F ainsi qu'une arête entre F et E. Par exemple :

AFBHCIBGHIGDEGFIEFDIAECGABDCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour en faire passer à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BG\}, \{CE\}, \{DC\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HG\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 83

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

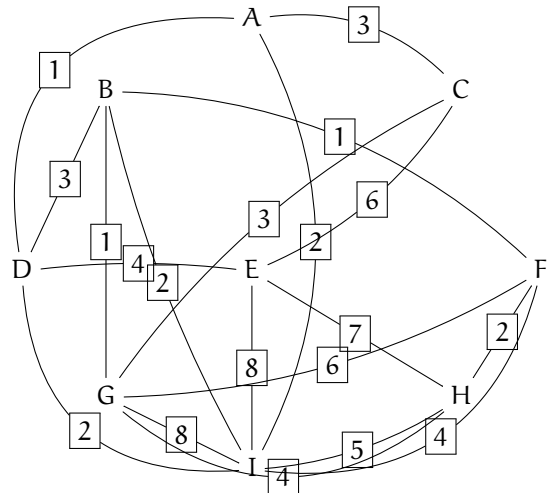
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	1	0	0	0	0	2
B	0	0	0	3	0	1	1	0	2
C	3	0	0	0	6	0	3	0	0
D	1	3	0	0	4	0	0	0	2
E	0	0	6	4	0	0	0	7	8
F	0	1	0	0	0	0	6	2	4
G	0	1	3	0	0	6	0	4	8
H	0	0	0	0	7	2	4	0	5
I	2	2	0	2	8	4	8	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			6	4	X			7	8
D	5	7	6	X	X			7	6
A	X	7	6	X	X			7	6
C	X	7	X	X	X		9	7	6
I	X	7	X	X	X	10	9	7	X
B	X	X	X	X	X	8	8	7	X
H	X	X	X	X	X	8	8	X	X
F	X	X	X	X	X	X	8	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			6	4	X			7	8
D	1	3	6	X	X			7	2
A	X	3	3	X	X			7	2
I	X	2	3	X	X	4	8	5	X
B	X	X	3	X	X	1	1	5	X
F	X	X	3	X	X	X	1	2	X
G	X	X	3	X	X	X	X	2	X
H	X	X	3	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	3	4	4	4	5	4	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	B	D	E	F	H	A	C
DSAT ₁	7	5	4	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	1	1	2	1	1	2	■
DSAT ₄	■	■	2	1	2	2	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	2	2	3	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	2	2	■	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	2	3	■	■	2	■
DSAT ₈	■	■	■	3	■	■	■	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	4	2	4	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G. On ajoute une arête entre C et I. Par exemple :

AGHIGBFGCIBDIACEHFIEDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDBF d'un cout de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		6	2		X	3	8		
C		3	X		X	1	1		
F	6	3	X		X	X	1	2	3
G	6	3	X	2	X	X	X	2	3
D	6	3	X	X	X	X	X	2	3
H	4	3	X	X	X	X	X	X	1
I	4	3	X	X	X	X	X	X	X
B	4	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	4	3	4	7	4	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	F	A	B	C	E	G	H	I	D
DSAT ₁	7	4	4	4	4	4	4	4	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	1	1	1	2	2	1	■
DSAT ₄	■	■	1	1	1	2	3	2	■
DSAT ₅	■	■	1	1	1	2	■	3	■
DSAT ₆	■	■	2	1	1	2	■	■	■
DSAT ₇	■	■	■	2	2	2	■	■	■
DSAT ₈	■	■	■	■	3	3	■	■	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	4	■	■	■
Coul	1	2	2	3	4	2	3	4	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. Par exemple :

AHDGCBEFHIFGECFBIADFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés Avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des Avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BC\}, \{CE\}, \{DG\}, \{FC\}, \{GC\}, \{HF\}, \{IH\}$$

Son poids est de 16 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 16 = 1600$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			2	1	X	1	2	3	
D	1		2	X	X	1	2	3	5
A	X	3	2	X	X	1	2	3	4
F	X	3	2	X	X	X	2	3	1
I	X	3	2	X	X	X	1	2	X
G	X	1	1	X	X	X	X	2	X
B	X	X	1	X	X	X	X	1	X
C	X	X	X	X	X	X	X	1	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	3	5	4	5	3	4	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	C	E	A	D	G	H	B	F
DSAT ₁	6	5	5	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	■	1	2	2	2	3	2
DSAT ₄	■	2	■	2	2	3	3	■	2
DSAT ₅	■	3	■	2	2	■	3	■	2
DSAT ₆	■	■	■	3	2	■	4	■	2
DSAT ₇	■	■	■	3	2	■	■	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	3	■	■	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	1	2	3	2	2	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre E et A ainsi qu'une arête entre A et F. Par exemple :

AFDIADEGIHEABGCEFICHBCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDA d'un cout de $2 \times 100 = 200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 86

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

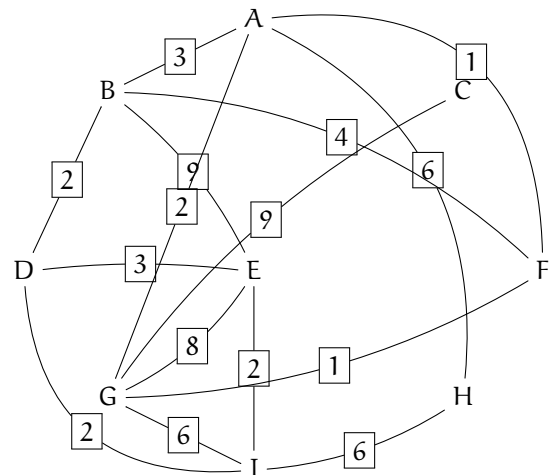
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	3	0	0	0	1	2	6	0
B	3	0	0	2	9	4	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	9	0	0
D	0	2	0	0	3	0	0	0	2
E	0	9	0	3	0	0	8	0	2
F	1	4	0	0	0	0	1	0	0
G	2	0	9	0	8	1	0	0	6
H	6	0	0	0	0	0	0	0	6
I	0	0	0	2	2	0	6	6	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		9		3	X		8		2
I		9		3	X		8	8	X
D		5		X	X		8	8	X
B	8	X		X	X	9	8	8	X
A	X	X		X	X	9	8	8	X
G	X	X	17	X	X	9	X	8	X
H	X	X	17	X	X	9	X	X	X
F	X	X	17	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		9		3	X		8		2
I		9		2	X		6	6	X
D		2		X	X		6	6	X
B	3	X		X	X	4	6	6	X
A	X	X		X	X	1	2	6	X
F	X	X		X	X	X	1	6	X
G	X	X	9	X	X	X	X	6	X
H	X	X	9	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	1	3	4	3	5	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	B	E	I	D	F	H	C
DSAT ₁	5	4	4	4	4	3	3	2	1
DSAT ₂	■	1	4	1	1	3	1	2	1
DSAT ₃	■	2	■	2	1	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	■	2	1	1	3	1	1
DSAT ₅	■	■	■	2	1	1	■	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	2	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	■	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	1	2	3	4	3	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre F et D ainsi qu'une arête entre D et G. Par exemple :

AFBEDFGDIEGIHABDCGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BD\}, \{CG\}, \{DI\}, \{FA\}, \{GF\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 26 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 26 = 2600$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	4		7	X		6	5	
B	9	X		7	X	1	5	5	3
F	6	X		5	X	X	4	5	3
I	4	X		5	X	X	4	5	X
A	X	X	3	5	X	X	1	5	X
G	X	X	2	5	X	X	X	3	X
C	X	X	X	5	X	X	X	1	X
H	X	X	X	1	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	3	3	5	5	6	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	G	A	E	F	H	B	C	D	I
DSAT ₁	6	5	5	5	5	4	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	2
DSAT ₃	■	1	2	2	2	1	1	■	2
DSAT ₄	■	2	■	2	3	2	1	■	2
DSAT ₅	■	2	■	3	■	2	2	■	2
DSAT ₆	■	3	■	■	■	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	3	2	2	3	3	2	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et I ainsi qu'une arête entre I et H. Par exemple :

AGBIADFHIFGHDEBFACGEHCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGA d'un coût de $7 \times 100 = 700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 88

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

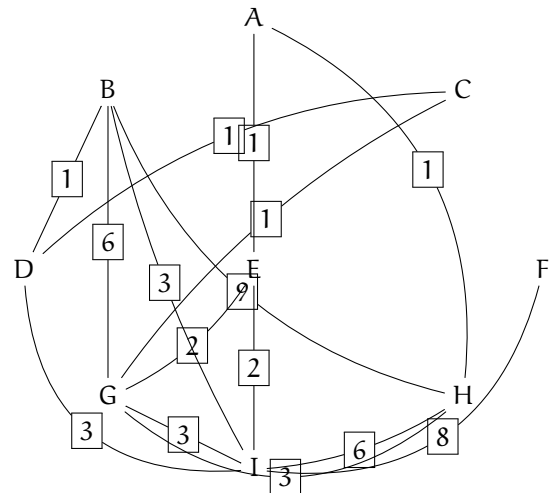
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	6	9	3
C	0	0	0	1	0	0	1	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	0	3
E	1	0	0	0	0	0	2	0	2
F	0	0	0	0	0	0	0	0	8
G	0	6	1	0	2	0	0	3	3
H	1	9	0	0	0	0	3	0	6
I	0	3	0	3	2	8	3	6	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1				X		2		2
A	X				X		2	2	2
G	X	8	3		X		X	2	2
H	X	8	3		X		X	X	2
I	X	5	3	5	X	10	X	X	X
C	X	5	X	4	X	10	X	X	X
D	X	5	X	X	X	10	X	X	X
B	X	X	X	X	X	10	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1				X		2		2
A	X				X		2	1	2
H	X	9			X		2	X	2
G	X	6	1		X		X	X	2
C	X	6	X	1	X		X	X	2
D	X	1	X	X	X		X	X	2
B	X	X	X	X	X		X	X	2
I	X	X	X	X	X	8	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	4	2	3	3	1	5	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	B	H	D	E	A	C	F
DSAT ₁	6	5	4	4	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	1	1	2	1	2	■	2	1
DSAT ₄	■	2	2	■	1	2	■	2	1
DSAT ₅	■	■	3	■	1	3	■	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	2	■	■	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	3	4	2	2	2	1	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et E. On ajoute une arête entre F et G. Par exemple :

AEGHIGFIEDBGCDIBHA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BD\}, \{CG\}, \{DC\}, \{FI\}, \{GE\}, \{HA\}, \{IE\}$$

Son poids est de 17 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 17 = 1700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 89

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

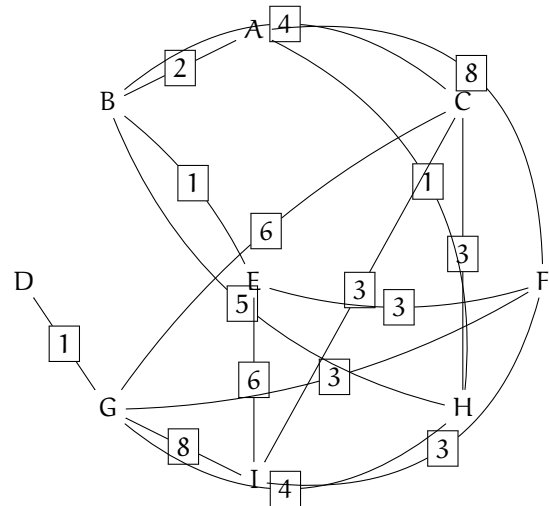
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	2	0	0	0	8	0	1	0
B	2	0	4	0	1	0	0	5	0
C	0	4	0	0	0	0	6	3	3
D	0	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	3	0	0	6
F	8	0	0	0	3	0	3	0	3
G	0	0	6	1	0	3	0	4	8
H	1	5	3	0	0	0	4	0	0
I	0	0	3	0	6	3	8	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	3	X	5		X	3		6	6
A	X	X	5		X	3		4	6
F	X	X	5		X	X	6	4	6
H	X	X	5		X	X	6	X	6
C	X	X	X		X	X	6	X	6
G	X	X	X	7	X	X	X	X	6
I	X	X	X	7	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	2	X	4		X	3		5	6
A	X	X	4		X	3		1	6
H	X	X	3		X	3	4	X	6
C	X	X	X		X	3	4	X	3
F	X	X	X		X	X	3	X	3
G	X	X	X	1	X	X	X	X	3
D	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	1	3	4	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	B	C	F	H	I	A	E	D
DSAT ₁	5	4	4	4	4	4	3	3	1
DSAT ₂	■	4	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	■	2	1	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	1	3	2	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	1	■	2	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	2	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	1	2	2	3	3	4	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre E et G. Par exemple :

AFGIFEBHABCHGEICGDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFGD d'un cout de $7 \times 100 = 700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		3		X		4	2	
A	X	4	3	4	X	4	4	2	
H	X	4	3	4	X	4	4	X	3
C	X	3	X	4	X	1	4	X	3
F	X	3	X	4	X	X	2	X	3
G	X	3	X	4	X	X	X	X	3
B	X	X	X	4	X	X	X	X	3
I	X	X	X	4	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	5	4	4	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	F	H	A	D	E	G	I
DSAT ₁	5	5	5	5	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	4	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	4	1	1
DSAT ₄	■	2	2	3	3	■	■	2	1
DSAT ₅	■	3	2	■	3	■	■	2	2
DSAT ₆	■	■	3	■	3	■	■	2	3
DSAT ₇	■	■	■	■	4	■	■	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	2	2	3	1	1	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et G. On ajoute une arête entre F et H. On ajoute une arête entre C et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AECHEGFHICFBGDHBIADFABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour enjamber à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BC\}, \{CE\}, \{DA\}, \{FC\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IH\}$$

Son poids est de 19 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 19 = 1900$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 91

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

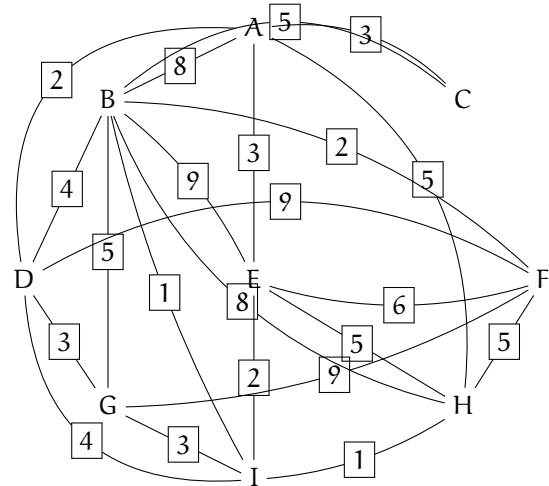
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	8	3	2	3	0	0	5	0
B	8	0	5	4	9	2	5	8	1
C	3	5	0	0	0	0	0	0	0
D	2	4	0	0	0	9	3	0	4
E	3	9	0	0	0	6	0	5	2
F	0	2	0	9	6	0	9	5	0
G	0	5	0	3	0	9	0	0	3
H	5	8	0	0	5	5	0	0	1
I	0	1	0	4	2	0	3	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	3		6	X	6	5	3	X
A	X	3	6	5	X	6	5	3	X
B	X	X	6	5	X	5	5	3	X
H	X	X	6	5	X	5	5	X	X
D	X	X	6	X	X	5	5	X	X
F	X	X	6	X	X	X	5	X	X
G	X	X	6	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	1		4	X	6	3	1	X
B	3	X	5	4	X	2	3	1	X
H	3	X	5	4	X	2	3	X	X
F	3	X	5	4	X	X	3	X	X
A	X	X	3	2	X	X	3	X	X
D	X	X	3	X	X	X	3	X	X
C	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	8	2	5	5	5	4	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	B	A	D	E	F	H	I	G	C
DSAT ₁	8	5	5	5	5	5	5	4	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	2	2	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	3	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	3	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	4	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	4	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	3	2	4	2	4	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre D et E. On ajoute une arête entre H et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AFGIHFBGDEFDIBHADBEABCHEICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BI\}, \{CA\}, \{DA\}, \{FB\}, \{GI\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 17 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 17 = 1700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 92

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

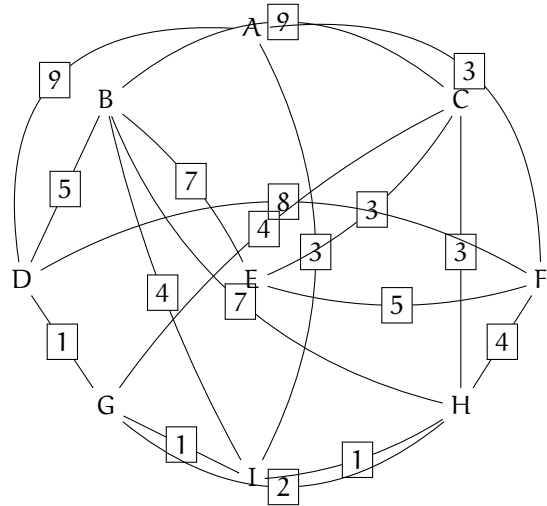
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	9	0	3	0	0	3
B	0	0	9	5	7	0	0	7	4
C	0	9	0	0	3	0	4	3	0
D	9	5	0	0	0	8	1	0	0
E	0	7	3	0	0	5	0	0	0
F	3	0	0	8	5	0	0	4	0
G	0	0	4	1	0	0	0	2	1
H	0	7	3	0	0	4	2	0	1
I	3	4	0	0	0	0	1	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	7	6	
F	8	7	X	13	X	X	7	6	
H	8	7	X	13	X	X	7	X	7
B	8	X	X	12	X	X	7	X	7
G	8	X	X	8	X	X	X	X	7
I	8	X	X	8	X	X	X	X	X
A	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	4	3	
H		7	X		X	4	2	X	1
I	3	4	X		X	4	1	X	X
G	3	4	X	1	X	4	X	X	X
D	3	4	X	X	X	4	X	X	X
A	X	4	X	X	X	3	X	X	X
F	X	4	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	4	3	4	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	H	C	D	F	G	I	A	E
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	■	4	1	1	2
DSAT ₄	■	3	2	3	■	■	2	1	2
DSAT ₅	■	■	3	3	■	■	3	1	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	3	1	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	2	1	1	3	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre E et H. Par exemple :

AFDGHIGCHBIABCEFHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est ECGD d'un coût de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2			1	X				
D	2		1	X	X		2	5	
C	1		X	X	X		2	5	
A	X		X	X	X	2	2	5	
F	X	3	X	X	X	X	2	2	3
G	X	3	X	X	X	X	X	2	3
H	X	1	X	X	X	X	X	X	1
B	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	2	2	5	2	5	3	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	D	F	H	A	G	B	C	E	I
DSAT ₁	5	5	5	4	3	2	2	2	2
DSAT ₂	■	5	1	1	1	2	1	1	2
DSAT ₃	■	■	2	2	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	2	3	2	1	1	2
DSAT ₅	■	■	■	2	■	2	1	1	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	2	3	3	3	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

BFHIFGHBGDHAEDFACDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 5 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et B ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAFB d'un coût de $7 \times 100 = 700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 94

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

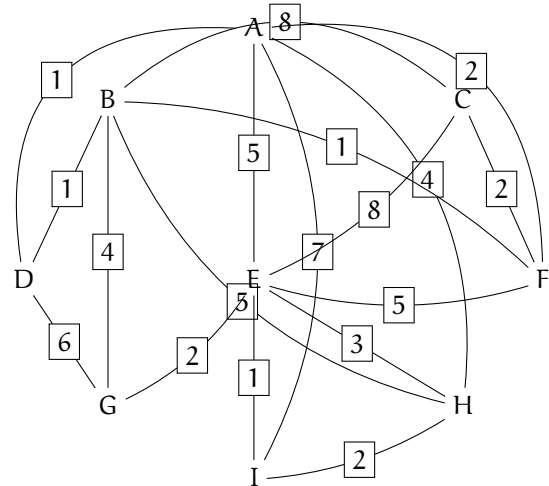
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	1	5	2	0	4	7
B	0	0	8	1	0	1	4	5	0
C	0	8	0	0	8	2	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	6	0	0
E	5	0	8	0	0	5	2	3	1
F	2	1	2	0	5	0	0	0	0
G	0	4	0	6	2	0	0	0	0
H	4	5	0	0	3	0	0	0	2
I	7	0	0	0	1	0	0	2	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	3	X
G	5	6	8	8	X	5	X	3	X
H	5	6	8	8	X	5	X	X	X
A	X	6	8	6	X	5	X	X	X
F	X	6	7	6	X	X	X	X	X
B	X	X	7	6	X	X	X	X	X
D	X	X	7	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	2	X
G	5	4	8	6	X	5	X	2	X
H	4	4	8	6	X	5	X	X	X
A	X	4	8	1	X	2	X	X	X
D	X	1	8	X	X	2	X	X	X
B	X	X	8	X	X	1	X	X	X
F	X	X	2	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	3	3	6	4	3	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	E	A	B	F	H	C	D	G	I
DSAT ₁	6	5	5	4	4	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	3	1	1
DSAT ₃	■	1	■	2	2	2	1	2	1
DSAT ₄	■	2	■	■	2	3	1	2	1
DSAT ₅	■	2	■	■	2	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	■	3	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	3	1	2	2	3	2	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AHBDGBFEHIEGIAECFABCD

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BD\}, \{CF\}, \{DA\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E					X	3		4	
F	1	2	1		X	X	9	4	
A	X	2	1	4	X	X	9	4	
C	X	2	X	4	X	X	3	4	9
B	X	X	X	1	X	X	3	4	4
D	X	X	X	X	X	X	3	3	1
I	X	X	X	X	X	X	3	3	X
G	X	X	X	X	X	X	X	3	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	6	6	5	2	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	D	F	H	A	G	I	E
DSAT ₁	6	6	5	5	5	3	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	3	1	1	2
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	1	1	2
DSAT ₄	■	2	■	2	3	■	1	2	2
DSAT ₅	■	3	■	2	■	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	3	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AGBHCIBFCGFEHADHIDBCDFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BF\}, \{CF\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GC\}, \{HD\}, \{ID\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 96

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

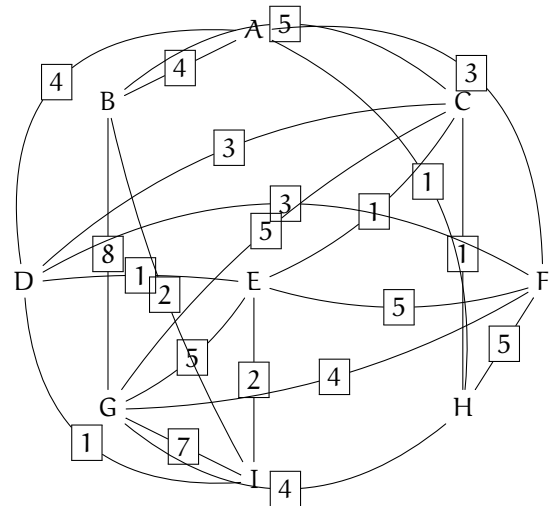
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	4	0	4	0	3	0	1	0
B	4	0	5	0	0	0	8	0	2
C	0	5	0	3	1	0	5	1	0
D	4	0	3	0	1	3	0	0	1
E	0	0	1	1	0	5	5	0	2
F	3	0	0	3	5	0	4	5	0
G	0	8	5	0	5	4	0	4	7
H	1	0	1	0	0	5	4	0	0
I	0	2	0	1	2	0	7	0	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		6	X	1	X	5	5	2	2
D	5	6	X	X	X	4	5	2	2
H	3	6	X	X	X	4	5	X	2
I	3	4	X	X	X	4	5	X	X
A	X	4	X	X	X	4	5	X	X
B	X	X	X	X	X	4	5	X	X
F	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		5	X	1	X	5	5	1	2
D	4	5	X	X	X	3	5	1	1
H	1	5	X	X	X	3	4	X	1
A	X	4	X	X	X	3	4	X	1
I	X	2	X	X	X	3	4	X	X
B	X	X	X	X	X	3	4	X	X
F	X	X	X	X	X	X	4	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	5	5	5	5	6	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	C	D	E	F	A	B	H	I
DSAT ₁	6	5	5	5	5	4	4	4	4
DSAT ₂	■	1	5	1	1	4	1	1	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	1	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	1	2	2	3
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	1	3	2	4	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et F. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et E. Par exemple :

AFCEGFHGIEBDEFDIBGCHABCDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BI\}, \{CE\}, \{DE\}, \{FD\}, \{GH\}, \{HC\}, \{ID\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 97

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

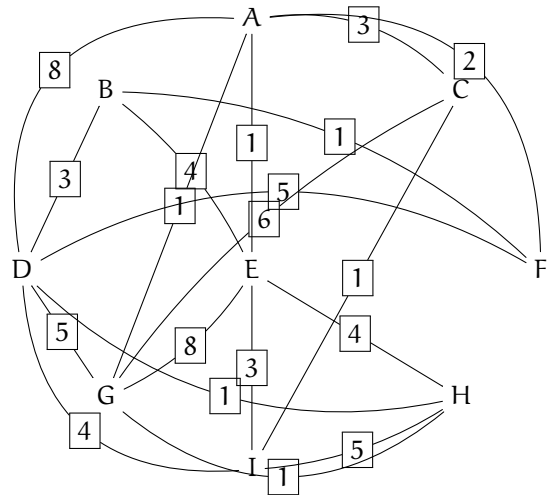
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0. 0.5
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	8	1	2	1	0	0
B	0	0	0	3	4	1	0	0	0
C	3	0	0	0	0	0	6	0	1
D	8	3	0	0	0	5	5	1	4
E	1	4	0	0	0	0	8	4	3
F	2	1	0	5	0	0	0	0	0
G	1	0	6	5	8	0	0	1	0
H	0	0	0	1	4	0	1	0	5
I	0	0	1	4	3	0	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	4	9	X	3	2	4	3
G	X	4	4	7	X	3	X	3	3
F	X	4	4	7	X	X	X	3	3
H	X	4	4	4	X	X	X	X	3
I	X	4	4	4	X	X	X	X	X
B	X	X	4	4	X	X	X	X	X
C	X	X	X	4	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	3	8	X	2	1	4	3
G	X	4	3	5	X	2	X	1	3
H	X	4	3	1	X	2	X	X	3
D	X	3	3	X	X	2	X	X	3
F	X	1	3	X	X	X	X	X	3
B	X	X	3	X	X	X	X	X	3
C	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	3	3	6	5	3	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	D	A	E	G	H	I	B	C	F
DSAT ₁	6	5	5	5	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	2	2	3	1
DSAT ₄	■	3	■	3	2	3	2	■	1
DSAT ₅	■	■	■	4	2	3	2	■	2
DSAT ₆	■	■	■	■	3	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	1	3	2	3	2	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et G. Par exemple :

AFBEHIEGACGDFGHDICEABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAGHD d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 98

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

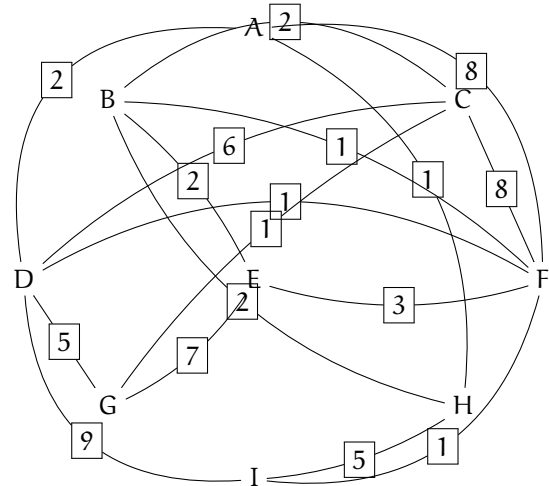
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	2	0	8	0	1	0
B	0	0	2	0	2	1	0	2	0
C	0	2	0	6	0	8	1	0	0
D	2	0	6	0	0	1	5	0	9
E	0	2	0	0	0	3	7	0	0
F	8	1	8	1	3	0	0	0	1
G	0	0	1	5	7	0	0	0	0
H	1	2	0	0	0	0	0	0	5
I	0	0	0	9	0	1	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	4		X	3	7	4	
F	11	X	4	4	X	X	7	4	4
C	11	X	X	4	X	X	5	4	4
D	6	X	X	X	X	X	5	4	4
H	5	X	X	X	X	X	5	X	4
I	5	X	X	X	X	X	5	X	X
A	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	2		X	1	7	2	
F	8	X	2	1	X	X	7	2	1
D	2	X	2	X	X	X	5	2	1
I	2	X	2	X	X	X	5	2	X
A	X	X	2	X	X	X	5	1	X
H	X	X	2	X	X	X	5	X	X
C	X	X	X	X	X	X	1	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	5	3	6	3	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	F	D	B	C	A	E	G	H	I
DSAT ₁	6	5	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	1	2	■	3	1
DSAT ₄	■	2	2	2	2	2	■	■	2
DSAT ₅	■	■	2	3	3	2	■	■	3
DSAT ₆	■	■	3	■	3	2	■	■	3
DSAT ₇	■	■	■	■	3	3	■	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	3	■	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	2	3	3	3	1	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et E. On ajoute une arête entre D et H. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AFBHADHIDCFDGCBEFIGEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBHA d'un coût de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 99

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

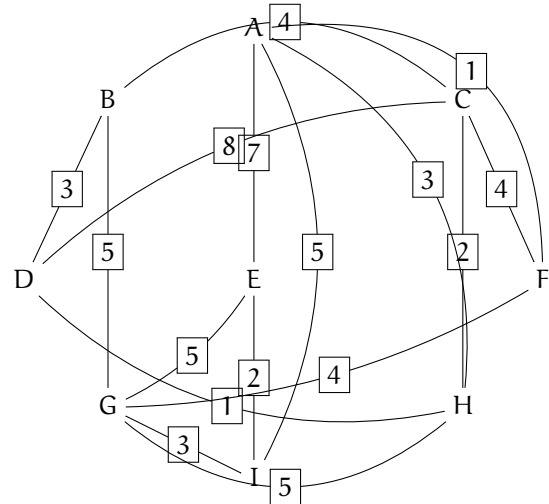
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	7	1	0	3	5
B	0	0	4	3	0	0	5	0	0
C	0	4	0	8	0	4	0	2	0
D	0	3	8	0	0	0	0	1	0
E	7	0	0	0	0	0	5	0	2
F	1	0	4	0	0	0	4	0	0
G	0	5	0	0	5	4	0	5	3
H	3	0	2	1	0	0	5	0	0
I	5	0	0	0	2	0	3	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	7				X		5		X
G	7	10			X	9	X	10	X
A	X	10			X	8	X	10	X
F	X	10	12		X	X	X	10	X
B	X	X	12	13	X	X	X	10	X
H	X	X	12	11	X	X	X	X	X
D	X	X	12	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	5				X		3		X
G	5	5			X	4	X	5	X
F	1	5	4		X	X	X	5	X
A	X	5	4		X	X	X	3	X
H	X	5	2	1	X	X	X	X	X
D	X	3	2	X	X	X	X	X	X
C	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	3	4	3	3	3	5	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	C	H	B	D	E	F	I
DSAT ₁	5	4	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	4	4	1	1	3	1	1	1
DSAT ₃	■	■	4	2	1	3	2	2	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	3	2
DSAT ₅	■	■	■	■	2	2	2	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	2	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	1	1	2	2	3	2	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et E. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AHCIAEBCDFGEIGHDBGCF A

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et C ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAFC d'un cout de $12 \times 100 = 1200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 100

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

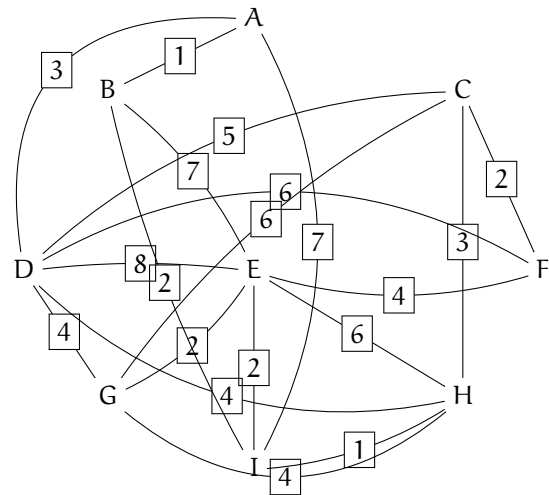
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0. 2
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	0	3	0	0	0	0	7
B	1	0	0	0	7	0	0	0	2
C	0	0	0	5	0	2	6	3	0
D	3	0	5	0	8	6	4	4	0
E	0	7	0	8	0	4	2	6	2
F	0	0	2	6	4	0	0	0	0
G	0	0	6	4	2	0	0	4	0
H	0	0	3	4	6	0	4	0	1
I	7	2	0	0	2	0	0	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	8	6	X	4	X	6	2
I	9	4	8	6	X	4	X	3	X
H	9	4	6	6	X	4	X	X	X
B	5	X	6	6	X	4	X	X	X
F	5	X	6	6	X	X	X	X	X
A	X	X	6	6	X	X	X	X	X
C	X	X	X	6	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	6	4	X	4	X	4	2
I	7	2	6	4	X	4	X	1	X
H	7	2	3	4	X	4	X	X	X
B	1	X	3	4	X	4	X	X	X
A	X	X	3	3	X	4	X	X	X
C	X	X	X	3	X	2	X	X	X
F	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	3	4	6	6	3	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	E	H	C	G	I	A	B	F
DSAT ₁	6	6	5	4	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	1	1	■	2	1	1
DSAT ₄	■	■	3	1	2	■	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	2	3	■	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	2	4	1	2	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre B et H. Par exemple :

AFCDGHDFEIEGCHBIABEDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EIBA d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X		6	6	3
B	1	X	2	5	X		6	6	3
A	X	X	1	5	X		6	6	3
C	X	X	X	1	X		6	6	3
D	X	X	X	X	X	7	1	4	1
G	X	X	X	X	X	7	X	1	1
H	X	X	X	X	X	7	X	X	1
I	X	X	X	X	X	1	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	6	4	2	5	4	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	I	D	B	G	C	E	H	A	F
DSAT ₁	7	6	5	5	4	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	1	1	■	1
DSAT ₄	■	2	■	2	3	2	1	■	1
DSAT ₅	■	3	■	2	■	2	1	■	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	3	5	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et I. On ajoute une arête entre B et G. Par exemple :

AGHIGBEGDHEIDFIBDCIABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CA\}, \{DC\}, \{FI\}, \{GD\}, \{HG\}, \{ID\}$$

Son poids est de 9 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 9 = 900$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3			6	X	2			3
F	1	7		6	X	X			3
A	X	3	2	6	X	X	4		3
C	X	3	X	6	X	X	4	5	3
B	X	X	X	2	X	X	4	1	3
H	X	X	X	2	X	X	4	X	3
D	X	X	X	X	X	X	2	X	2
G	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	3	4	4	4	2	3	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	I	B	D	E	F	C	H	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	3	3	2
DSAT ₂	■	5	1	4	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	■	1	1	2	2	2	1	1
DSAT ₄	■	■	1	2	■	3	2	1	1
DSAT ₅	■	■	2	2	■	■	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	3	2	3	2	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et H. On ajoute une arête entre C et B ainsi qu'une arête entre B et I. Par exemple :

AGDIBHAEFIEDBFBABCHICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour émettre à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BA\}, \{CA\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GD\}, \{HB\}, \{ID\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 103

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

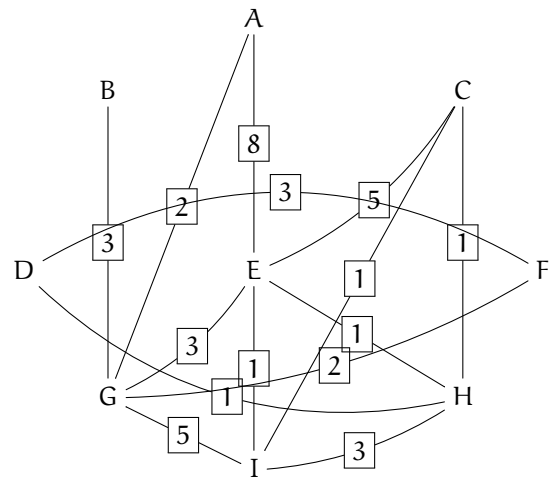
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	8	0	2	0	0
B	0	0	0	0	0	0	3	0	0
C	0	0	0	0	5	0	0	1	1
D	0	0	0	0	0	3	0	1	0
E	8	0	5	0	0	0	3	1	1
F	0	0	0	3	0	0	2	0	0
G	2	3	0	0	3	2	0	0	5
H	0	0	1	1	1	0	0	0	3
I	0	0	1	0	1	0	5	3	0

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		2	2	X		3	X	1
I	8		2	2	X		3	X	X
C	8		X	2	X		3	X	X
D	8		X	X	X	5	3	X	X
G	5	6	X	X	X	5	X	X	X
A	X	6	X	X	X	5	X	X	X
F	X	6	X	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		1	1	X		3	X	1
C	8		X	1	X		3	X	1
D	8		X	X	X	3	3	X	1
I	8		X	X	X	3	3	X	X
F	8		X	X	X	X	2	X	X
G	2	3	X	X	X	X	X	X	X
A	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	1	3	2	5	2	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	G	H	I	C	A	D	F	B
DSAT ₁	5	5	4	4	3	2	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	1	2	1	1	1	■	1	1
DSAT ₄	■	1	■	2	2	1	■	1	1
DSAT ₅	■	2	■	■	3	1	■	1	1
DSAT ₆	■	2	■	■	■	1	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	2	■	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	2	3	4	3	1	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre E et D ainsi qu'une arête entre D et G. Par exemple :

AEHIECHDEGDFGICBGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AG\}, \{BG\}, \{CH\}, \{DH\}, \{FD\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 104

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

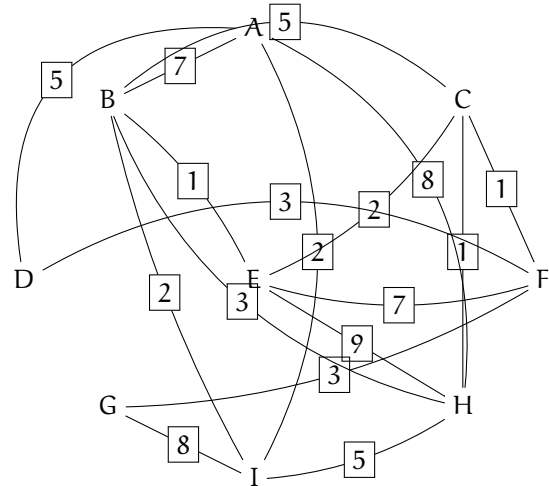
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyron ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	7	0	5	0	0	0	8	2
B	7	0	5	0	1	0	0	3	2
C	0	5	0	0	2	1	0	1	0
D	5	0	0	0	0	3	0	0	0
E	0	1	2	0	0	7	0	9	0
F	0	0	1	3	7	0	3	0	0
G	0	0	0	0	0	3	0	0	8
H	8	3	1	0	9	0	0	0	5
I	2	2	0	0	0	0	8	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	8	X	2		X	7		4	3
C	8	X	X		X	3		3	3
F	8	X	X	6	X	X	6	3	3
H	8	X	X	6	X	X	6	X	3
I	5	X	X	6	X	X	6	X	X
A	X	X	X	6	X	X	6	X	X
D	X	X	X	X	X	X	6	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	7	X	2		X	7		3	2
C	7	X	X		X	1		1	2
F	7	X	X	3	X	X	3	1	2
H	7	X	X	3	X	X	3	X	2
I	2	X	X	3	X	X	3	X	X
A	X	X	X	3	X	X	3	X	X
D	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	4	2	4	4	2	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	H	A	C	E	F	I	D	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	2	2
DSAT ₃	■	1	1	2	2	■	1	1	1
DSAT ₄	■	2	1	■	3	■	1	1	1
DSAT ₅	■	3	1	■	■	■	1	1	1
DSAT ₆	■	■	2	■	■	■	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et D ainsi qu'une arête entre D et H. Par exemple :

AHBIABCFDHCEFGIHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBIA d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 105

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

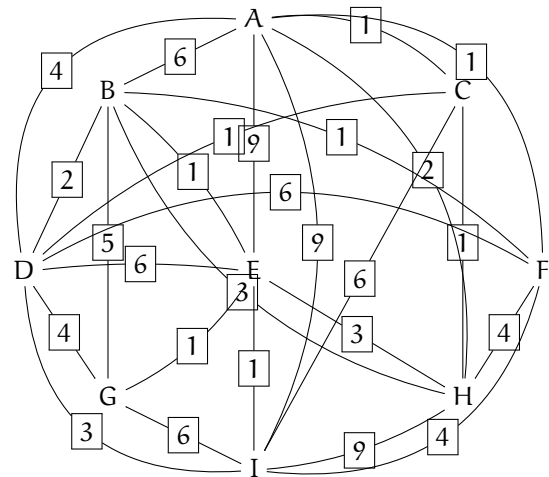
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	6	1	4	9	1	0	2	9
B	6	0	0	2	1	1	5	3	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	6
D	4	2	1	0	6	6	4	0	3
E	9	1	0	6	0	0	1	3	1
F	1	1	0	6	0	0	0	4	4
G	0	5	0	4	1	0	0	0	6
H	2	3	1	0	3	4	0	0	9
I	9	0	6	3	1	4	6	9	0

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	7	X		3	X	2	1	3	1
G	7	X		3	X	2	X	3	1
I	7	X	7	3	X	2	X	3	X
F	3	X	7	3	X	X	X	3	X
A	X	X	4	3	X	X	X	3	X
D	X	X	4	X	X	X	X	3	X
H	X	X	4	X	X	X	X	X	X

0.5

2

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	6	X		2	X	1	1	3	1
F	1	X		2	X	X	1	3	1
A	X	X	1	2	X	X	1	2	1
C	X	X	X	1	X	X	1	1	1
D	X	X	X	X	X	X	1	1	1
G	X	X	X	X	X	X	X	1	1
H	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	7	6	4	7	6	5	4	6	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	A	D	I	B	E	H	F	C	G
DSAT ₁	7	7	7	6	6	6	5	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	4
DSAT ₃	■	2	2	2	2	1	1	1	■
DSAT ₄	■	■	3	3	3	1	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	3	4	2	3	3	■
DSAT ₆	■	■	■	4	■	3	3	3	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	4	3	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	5	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	4	■
Coul	1	2	3	3	4	2	4	4	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G ainsi qu'une arête entre G et F. On ajoute une arête entre BD. On ajoute une arête entre DI. On ajoute une arête entre FH. On ajoute une arête entre AB. On ajoute une arête entre HI. On ajoute une arête entre FI. On ajoute une arête entre BH. On ajoute une arête entre DG. On ajoute une arête entre BI. On ajoute une arête entre AE. On ajoute une arête entre DF. On ajoute une arête entre BC. On ajoute une arête entre DE. On ajoute une arête entre CE. On ajoute une arête entre GH. On ajoute une arête entre D et H. On ajoute une arête entre CI. On ajoute une arête entre AD. On ajoute une arête entre GI. On ajoute une arête entre AH. On ajoute une arête entre EF. On ajoute une arête entre F et C ainsi qu'une arête entre C et G. Par exemple :

AH B I A F B G H I G A D B E H F I E F G E A B C H D I C F D G C D E C A

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 4, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et C ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBFAC d'un coût de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	2	4		X		2		
B	3	X	2	5	X	3	2	1	
H	3	X	2	1	X	3	2	X	
D	3	X	2	X	X	3	2	X	3
C	3	X	X	X	X	3	2	X	3
G	3	X	X	X	X	1	X	X	3
F	3	X	X	X	X	X	X	X	3
A	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	3	5	4	6	5	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	B	F	A	D	G	E	C	H	I
DSAT ₁	6	6	5	5	5	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	5	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	2	1	■	2	1	2	1
DSAT ₄	■	■	3	2	■	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	3	■	3	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	4	1	2	3	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et C. On ajoute une arête entre D et G. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AFBHDGHIGFIDFCEGADBEABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBHD d'un coût de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	4	5	4		X	3			
F	4	5	3		X	X	1		
G	4	5	3	2	X	X	X	5	3
D	1	5	3	X	X	X	X	5	3
A	X	5	3	X	X	X	X	1	3
H	X	1	2	X	X	X	X	X	3
B	X	X	2	X	X	X	X	X	3
C	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	6	3	4	3	4	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	C	A	B	E	G	H	D	F	I
DSAT ₁	6	5	4	4	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	1	1	1	3
DSAT ₃	■	1	1	1	■	2	2	2	1
DSAT ₄	■	2	2	1	■	■	2	2	1
DSAT ₅	■	■	2	2	■	■	3	2	2
DSAT ₆	■	■	2	2	■	■	■	2	2
DSAT ₇	■	■	■	3	■	■	■	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	3	2	1	2	2	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre D et I. Par exemple :

AHBIADCFGDIGHCEFACBEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EFGI d'un coût de $7 \times 100 = 700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7	1	2	1	X		3	1	
B	7	X	2	1	X	3	3	1	
D	7	X	2	X	X	2	2	1	3
H	7	X	2	X	X	2	2	X	3
C	7	X	X	X	X	2	2	X	1
I	7	X	X	X	X	2	2	X	X
F	7	X	X	X	X	X	2	X	X
G	4	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	2	6	5	6	4	6	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	C	E	G	I	D	F	H	A	B
DSAT ₁	6	6	6	6	5	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	2
DSAT ₃	■	2	2	2	1	1	1	■	2
DSAT ₄	■	■	3	2	2	1	2	■	1
DSAT ₅	■	■	■	3	3	1	3	■	1
DSAT ₆	■	■	■	■	4	2	4	■	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	4	■	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	3	■	■	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	2	4	3	4	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. Par exemple :

AGHIGCHEGDICFBEDFIADCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour enjamber à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AG\}, \{BE\}, \{CE\}, \{DE\}, \{FD\}, \{GD\}, \{HE\}, \{IC\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2	4	X		7		2
B		X	2	4	X	1	1		2
F	1	X	2	4	X	X	1	2	2
A	X	X	2	4	X	X	1	2	2
G	X	X	2	2	X	X	X	2	1
I	X	X	2	2	X	X	X	2	X
C	X	X	X	2	X	X	X	2	X
D	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	2	4	5	4	5	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	E	G	D	F	I	A	C	H
DSAT ₁	5	5	5	4	4	4	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	4	1	1	3	1	2
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	3	■	1	2	1	2	1
DSAT ₅	■	■	■	■	2	3	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	1	2	4	3	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre E et A ainsi qu'une arête entre A et G. Par exemple :

AGBIADGEIGFHDEBFABCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBFA d'un cout de $3 \times 100 = 300$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 110

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

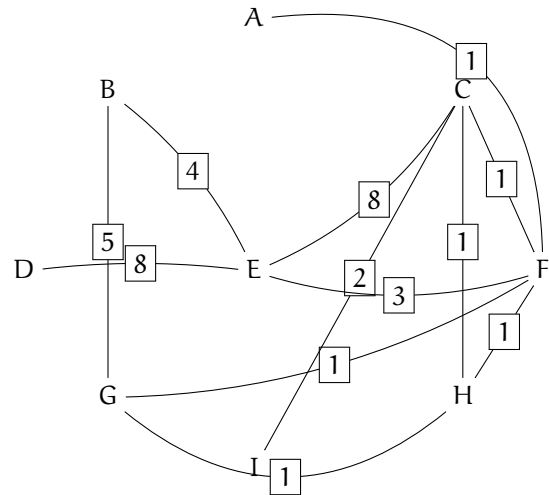
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	4	0	5	0	0
C	0	0	0	0	8	1	0	1	2
D	0	0	0	0	8	0	0	0	0
E	0	4	8	8	0	3	0	0	0
F	1	0	1	0	3	0	1	1	0
G	0	5	0	0	0	1	0	1	0
H	0	0	1	0	0	1	1	0	0
I	0	0	2	0	0	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		4	8	8	X	3			
F	4	4	4	8	X	X	4	4	
A	X	4	4	8	X	X	4	4	
B	X	X	4	8	X	X	4	4	
C	X	X	X	8	X	X	4	4	6
G	X	X	X	8	X	X	X	4	6
H	X	X	X	8	X	X	X	X	6
I	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		4	8	8	X	3			
F	1	4	1	8	X	X	1	1	
A	X	4	1	8	X	X	1	1	
C	X	4	X	8	X	X	1	1	2
G	X	4	X	8	X	X	X	1	2
H	X	4	X	8	X	X	X	X	2
I	X	4	X	8	X	X	X	X	X
B	X	X	X	8	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	1	2	4	1	4	5	3	3	1

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	F	C	E	G	H	B	A	D	I
DSAT ₁	5	4	4	3	3	2	1	1	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	2	1	1	1
DSAT ₃	■	1	2	2	1	■	1	1	1
DSAT ₄	■	2	■	2	1	■	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	2	2	■	1	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	3	■	1	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	1	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	1	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	3	2	2	4	1	2	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre F et I. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

AFCHFICEFGHADEBGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 4 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BE\}, \{CF\}, \{DE\}, \{FE\}, \{GF\}, \{HF\}, \{IC\}$$

Son poids est de 21 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 21 = 2100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 111

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

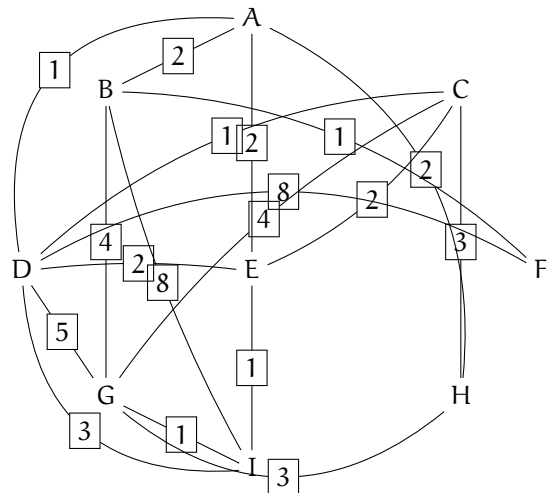
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	2	0	1	2	0	0	2	0
B	2	0	0	0	0	1	4	0	8
C	0	0	0	1	2	0	4	3	0
D	1	0	1	0	2	8	5	0	3
E	2	0	2	2	0	0	0	0	1
F	0	1	0	8	0	0	0	0	0
G	0	4	4	5	0	0	0	3	1
H	2	0	3	0	0	0	3	0	0
I	0	8	0	3	1	0	1	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2		2	2	X				1
I	2	9	2	2	X		2		X
A	X	4	2	2	X		2	4	X
C	X	4	X	2	X		2	4	X
D	X	4	X	X	X	10	2	4	X
G	X	4	X	X	X	10	X	4	X
B	X	X	X	X	X	5	X	4	X
H	X	X	X	X	X	5	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2		2	2	X				1
I	2	8	2	2	X		1		X
G	2	4	2	2	X		X	3	X
A	X	2	2	1	X		X	2	X
D	X	2	1	X	X	8	X	2	X
C	X	2	X	X	X	8	X	2	X
B	X	X	X	X	X	1	X	2	X
F	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	4	6	4	2	5	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	D	G	A	B	C	E	I	H	F
DSAT ₁	6	5	4	4	4	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	4	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	2	3	2
DSAT ₄	■	3	3	■	2	1	2	■	2
DSAT ₅	■	■	3	■	3	1	3	■	2
DSAT ₆	■	■	■	■	3	2	3	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	2	1	3	4	3	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre G et E ainsi qu'une arête entre E et H. Par exemple :

AEHGIECDEGBIDGCHABFDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EABF d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E					X		3	1	
H			2	3	X	7	3	X	4
C	9		X	3	X	7	3	X	1
I	9		X	3	X	5	3	X	X
D	3	5	X	X	X	3	3	X	X
A	X	5	X	X	X	3	3	X	X
F	X	3	X	X	X	X	2	X	X
G	X	1	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	3	3	6	2	5	5	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	F	G	H	I	B	C	A	E
DSAT ₁	6	5	5	5	5	3	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	3	1	2
DSAT ₃	■	1	1	2	2	1	■	2	2
DSAT ₄	■	2	1	■	3	1	■	2	1
DSAT ₅	■	3	2	■	■	1	■	2	1
DSAT ₆	■	■	3	■	■	2	■	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	■	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	3	1	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre G et H. On ajoute une arête entre F et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AFBGHIGDHFIDFGEHCIACBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AD\}, \{BG\}, \{CH\}, \{DH\}, \{FD\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IC\}$$

Son poids est de 16 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 16 = 1600$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 113

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

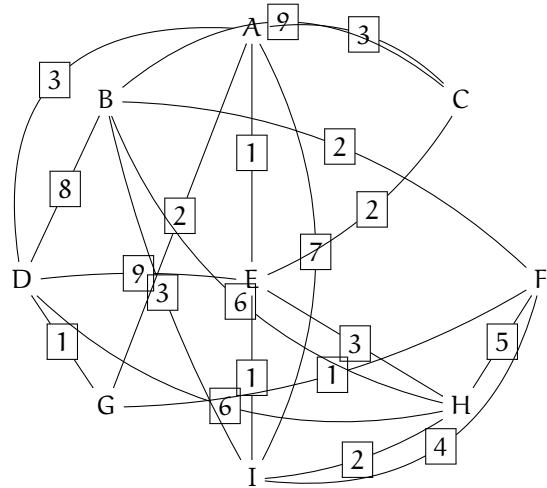
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe.
 On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	3	1	0	2	0	7
B	0	0	9	8	0	2	0	6	3
C	3	9	0	0	2	0	0	0	0
D	3	8	0	0	9	0	1	6	0
E	1	0	2	9	0	0	0	3	1
F	0	2	0	0	0	0	1	5	4
G	2	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	6	0	6	3	5	0	0	2
I	7	3	0	0	1	4	0	2	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		2	9	X			3	1
A	X		2	4	X		3	3	1
I	X	4	2	4	X	5	3	3	X
C	X	4	X	4	X	5	3	3	X
G	X	4	X	4	X	4	X	3	X
H	X	4	X	4	X	4	X	X	X
B	X	X	X	4	X	4	X	X	X
D	X	X	X	X	X	4	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		2	9	X			3	1
A	X		2	3	X		2	3	1
I	X	3	2	3	X	4	2	2	X
C	X	3	X	3	X	4	2	2	X
G	X	3	X	1	X	1	X	2	X
D	X	3	X	X	X	1	X	2	X
F	X	2	X	X	X	X	X	2	X
B	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	3	5	5	4	3	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	B	D	E	H	I	F	C	G
DSAT ₁	5	5	5	5	5	5	4	3	3
DSAT ₂	■	5	1	1	5	1	4	1	1
DSAT ₃	■	■	2	1	1	2	1	2	1
DSAT ₄	■	■	■	2	2	2	1	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	1	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	2	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	1	2	3	4	2	3	2	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre E et G. On ajoute une arête entre H et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AECHEICDEGDHBIADBFHIFGABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour en faire passer à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BF\}, \{CE\}, \{DG\}, \{FG\}, \{GA\}, \{HI\}, \{IE\}$$

Son poids est de 12 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 12 = 1200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 114

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

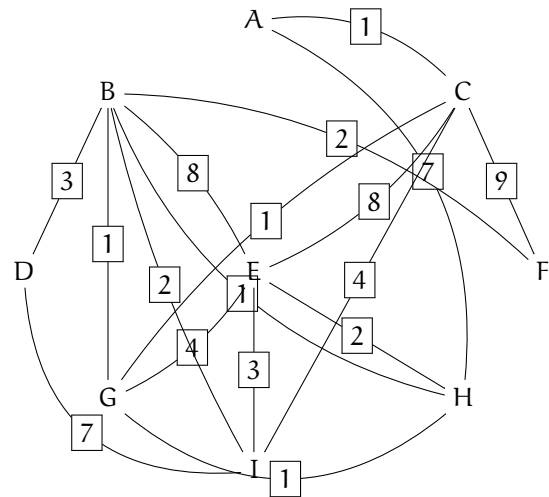
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	1	0	0	0	0	7	0
B	0	0	0	3	8	2	1	1	2
C	1	0	0	0	8	9	1	0	4
D	0	3	0	0	0	0	0	0	7
E	0	8	8	0	0	0	4	2	3
F	0	2	9	0	0	0	0	0	0
G	0	1	1	0	4	0	0	1	0
H	7	1	0	0	2	0	1	0	0
I	0	2	4	7	3	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		8	8		X		4	2	3
H	9	3	8		X		3	X	3
B	9	X	8	6	X	5	3	X	3
G	9	X	4	6	X	5	X	X	3
I	9	X	4	6	X	5	X	X	X
C	5	X	X	6	X	5	X	X	X
A	X	X	X	6	X	5	X	X	X
F	X	X	X	6	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		8	8		X		4	2	3
H	7	1	8		X		1	X	3
B	7	X	8	3	X	2	1	X	2
G	7	X	1	3	X	2	X	X	2
C	1	X	X	3	X	2	X	X	2
A	X	X	X	3	X	2	X	X	2
F	X	X	X	3	X	X	X	X	2
I	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	6	5	2	5	2	4	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	E	G	H	I	A	D	F
DSAT ₁	6	5	5	4	4	4	2	2	2
DSAT ₂	■	5	1	1	1	1	2	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	3	1	1	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	1	1	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	1	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	3	4	3	2	2	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D ainsi qu'une arête entre D et E. Par exemple :

ACDEGHEIDBECFBGCIBHA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EHGCA d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 115

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

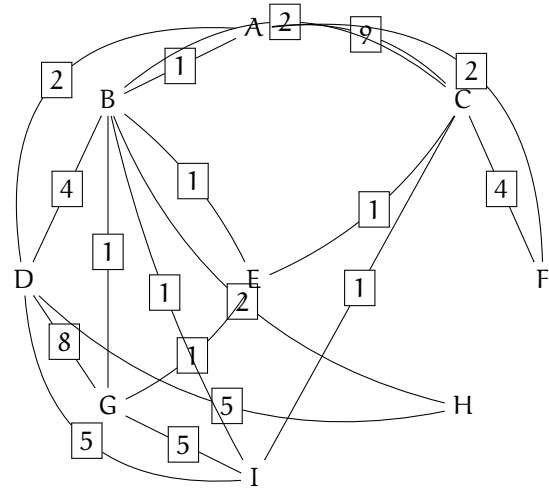
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	9	2	0	2	0	0	0
B	1	0	2	4	1	0	1	2	1
C	9	2	0	0	1	4	0	0	1
D	2	4	0	0	0	0	8	5	5
E	0	1	1	0	0	0	1	0	0
F	2	0	4	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	8	1	0	0	0	5
H	0	2	0	5	0	0	0	0	0
I	0	1	1	5	0	0	5	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	1		X		1		
B	2	X	1	5	X		1	3	2
C	2	X	X	5	X	5	1	3	2
G	2	X	X	5	X	5	X	3	2
A	X	X	X	4	X	4	X	3	2
I	X	X	X	4	X	4	X	3	X
H	X	X	X	4	X	4	X	X	X
D	X	X	X	X	X	4	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	1		X		1		
B	1	X	1	4	X		1	2	1
A	X	X	1	2	X	2	1	2	1
C	X	X	X	2	X	2	1	2	1
G	X	X	X	2	X	2	X	2	1
I	X	X	X	2	X	2	X	2	X
D	X	X	X	X	X	2	X	2	X
F	X	X	X	X	X	X	X	2	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	7	5	5	3	2	4	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	B	C	D	A	G	I	E	F	H
DSAT ₁	7	5	5	4	4	4	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	2	1
DSAT ₃	■	2	1	2	1	1	1	■	1
DSAT ₄	■	■	1	3	1	2	2	■	1
DSAT ₅	■	■	2	■	1	2	2	■	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	3	■	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	2	3	4	3	3	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre B et F ainsi qu'une arête entre F et E. Par exemple :

ADBHDIBECFEGICDGBFABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBAD d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	4	3	7	1	X		4	2	
D	4	3	7	X	X	6	4	2	9
H	4	3	7	X	X	6	4	X	9
B	4	X	7	X	X	1	4	X	9
F	3	X	7	X	X	X	2	X	2
G	3	X	2	X	X	X	X	X	2
C	2	X	X	X	X	X	X	X	2
A	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	3	3	6	6	6	4	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	E	F	A	G	I	B	C	H
DSAT ₁	6	6	6	5	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	1	■	2	1	1	1
DSAT ₄	■	■	2	2	■	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	3	■	3	3	2	3
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	3	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	2	3	1	4	3	4	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et H. Par exemple :

AFBEGIFHEDFGCHDIACEABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AC\}, \{BE\}, \{CG\}, \{DE\}, \{FB\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IF\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 117

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

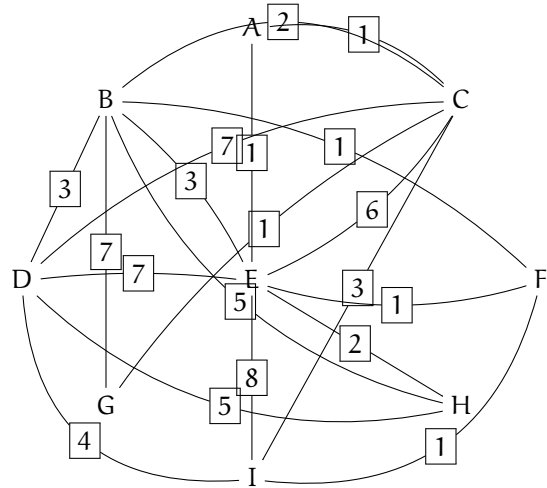
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	1	0	1	0	0	0	0
B	0	0	2	3	3	1	7	5	0
C	1	2	0	7	6	0	1	0	3
D	0	3	7	0	7	0	0	5	4
E	1	3	6	7	0	1	0	2	8
F	0	1	0	0	1	0	0	0	1
G	0	7	1	0	0	0	0	0	0
H	0	5	0	5	2	0	0	0	0
I	0	0	3	4	8	1	0	0	0

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	3	6	7	X	1		2	8
A	X	3	2	7	X	1		2	8
F	X	2	2	7	X	X		2	2
B	X	X	2	5	X	X	9	2	2
C	X	X	X	5	X	X	3	2	2
H	X	X	X	5	X	X	3	X	2
I	X	X	X	5	X	X	3	X	X
G	X	X	X	5	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	3	6	7	X	1		2	8
A	X	3	1	7	X	1		2	8
C	X	2	X	7	X	1	1	2	3
F	X	1	X	7	X	X	1	2	1
B	X	X	X	3	X	X	1	2	1
G	X	X	X	3	X	X	X	2	1
I	X	X	X	3	X	X	X	2	X
H	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	6	6	5	7	3	2	3	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	E	B	C	D	I	F	H	A	G
DSAT ₁	7	6	6	5	4	3	3	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	2	2	1	1	1	1	1	■
DSAT ₄	■	■	3	2	1	2	2	1	■
DSAT ₅	■	■	■	3	2	2	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	■	3	2	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	2	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	2	■
Coul	1	2	3	4	2	3	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre E et G ainsi qu'une arête entre G et H. Par exemple :

ACBGCIDHBEGHEFIEDFBDCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BF\}, \{CA\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GC\}, \{HE\}, \{IF\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 118

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

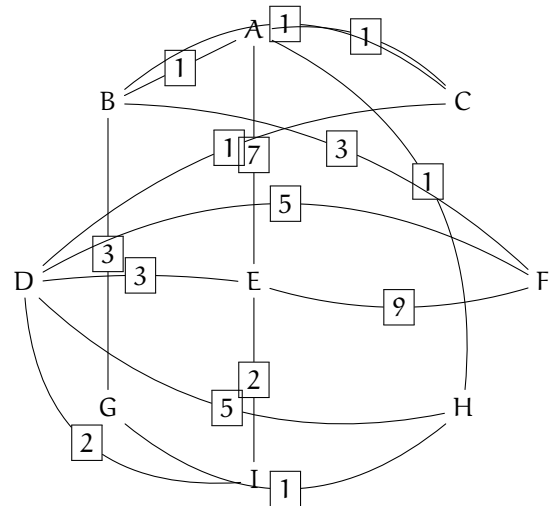
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	1	0	7	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	3	3	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	3	5	0	5	2
E	7	0	0	3	0	9	0	0	2
F	0	3	0	5	9	0	0	0	0
G	0	3	0	0	0	0	0	1	0
H	1	0	0	5	0	0	1	0	0
I	0	0	0	2	2	0	0	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7			3	X	9			2
I	7			3	X	9			X
D	7		4	X	X	8		8	X
C	5	5	X	X	X	8		8	X
A	X	5	X	X	X	8		6	X
B	X	X	X	X	X	8	8	6	X
H	X	X	X	X	X	8	7	X	X
G	X	X	X	X	X	8	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7			3	X	9			2
I	7			2	X	9			X
D	7		1	X	X	5		5	X
C	1	1	X	X	X	5		5	X
A	X	1	X	X	X	5		1	X
B	X	X	X	X	X	3	3	1	X
H	X	X	X	X	X	3	1	X	X
G	X	X	X	X	X	3	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	3	5	4	3	2	3	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	A	B	E	C	F	H	G	I
DSAT ₁	5	4	4	4	3	3	3	2	2
DSAT ₂	■	4	4	1	1	1	1	2	1
DSAT ₃	■	■	1	2	2	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	1	■	2	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	2	■	■	2	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	1	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	1	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	3	2	2	4	2	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et F. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et H. Par exemple :

AEDBGHBFCD FEIDHABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en G mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et G ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDCAHG d'un coût de $7 \times 100 = 700$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E				8	X		7	2	
H		1		1	X		7	X	
B	2	X		1	X	5	7	X	
D	2	X		X	X	5	7	X	
A	X	X	1	X	X	5	7	X	
C	X	X	X	X	X	5	7	X	
F	X	X	X	X	X	X	7	X	
G	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	1	4	3	2	3	4	1

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	B	D	H	E	G	F	C	I
DSAT ₁	4	4	4	4	3	3	2	1	1
DSAT ₂	■	1	1	4	3	3	1	1	1
DSAT ₃	■	2	2	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	3	■	1	1	2	1	1
DSAT ₅	■	■	■	■	2	1	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	1	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	3	1	2	3	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AGEHGIACEDHBFABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BH\}, \{CA\}, \{DH\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HE\}, \{IG\}$$

Son poids est de 22 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 22 = 2200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 120

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

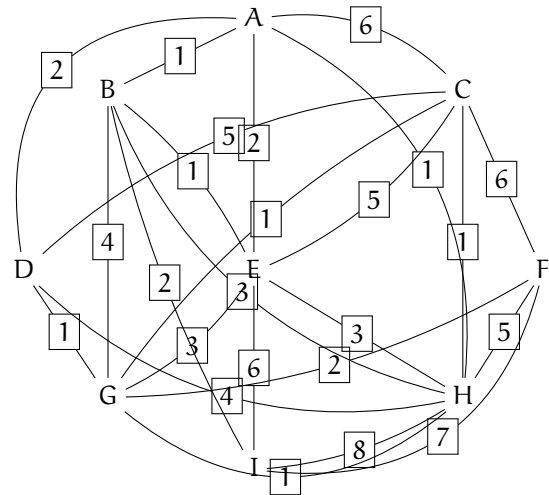
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	6	2	2	0	0	1	0
B	1	0	0	0	1	0	4	3	2
C	6	0	0	5	5	6	1	1	0
D	2	0	5	0	0	0	1	4	0
E	2	1	5	0	0	0	3	3	6
F	0	0	6	0	0	0	2	5	7
G	0	4	1	1	3	2	0	1	0
H	1	3	1	4	3	5	1	0	8
I	0	2	0	0	6	7	0	8	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2	1	5		X		3	3	6
B	2	X	5		X		3	3	3
A	X	X	5	4	X		3	3	3
G	X	X	4	4	X	5	X	3	3
H	X	X	4	4	X	5	X	X	3
I	X	X	4	4	X	5	X	X	X
C	X	X	X	4	X	5	X	X	X
D	X	X	X	X	X	5	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2	1	5		X		3	3	6
B	1	X	5		X		3	3	2
A	X	X	5	2	X		3	1	2
H	X	X	1	2	X	5	1	X	2
C	X	X	X	2	X	5	1	X	2
G	X	X	X	1	X	2	X	X	2
D	X	X	X	X	X	2	X	X	2
F	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	6	4	6	4	6	8	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	H	C	E	G	A	B	D	F	I
DSAT ₁	8	6	6	6	5	5	4	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	2	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	■	3	3	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	3	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	4	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	4	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	3	4	4	2	3	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F ainsi qu'une arête entre F et B. Par exemple :

AFHIFBHCFCGHEIBGCEGDHACDABEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FG\}, \{GH\}, \{HA\}, \{IB\}$$

Son poids est de 10 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 10 = 1000$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		9		X		2	9	
G	5		6	3	X	2	X	4	
F	5		6	3	X	X	X	2	7
H	5	1	2	3	X	X	X	X	7
B	3	X	2	3	X	X	X	X	1
I	3	X	2	3	X	X	X	X	X
C	3	X	X	3	X	X	X	X	X
A	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	3	3	1	4	3	5	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	G	H	E	B	C	F	A	I	D
DSAT ₁	5	5	4	3	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	3	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	2	1	■	1	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	2	■	2	2	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	■	3	2	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	3	1	4	3	2	2	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

AGCHABHEGDFGHFIBCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en I mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et I ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGHBI d'un cout de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		6	1		X			1	
C	3	1	X	9	X	1	8	1	
B	3	X	X	1	X	1	4	1	2
D	3	X	X	X	X	1	4	1	1
F	3	X	X	X	X	X	2	1	1
H	2	X	X	X	X	X	2	X	1
I	2	X	X	X	X	X	2	X	X
A	X	X	X	X	X	X	1	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	7	4	3	5	4	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	C	B	A	F	H	D	G	E	I
DSAT ₁	7	6	5	5	5	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	2	1	1	2	1	1	■
DSAT ₄	■	■	2	2	1	3	2	2	■
DSAT ₅	■	■	2	2	2	■	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	3	3	■	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	4	■	4	2	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	3	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	2	3	4	3	4	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et E. On ajoute une arête entre C et I. On ajoute une arête entre F et I ainsi qu'une arête entre I et H. Par exemple :

AGBIAFHIFBEHACHDICFGCBDC EA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est ECBD d'un cout de $3 \times 100 = 300$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 123

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

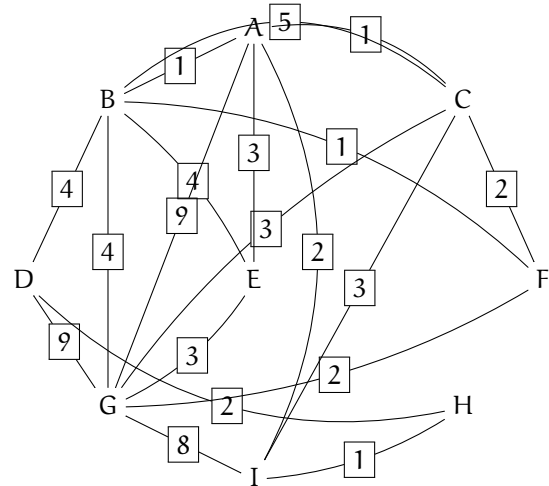
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	1	0	3	0	9	0	2
B	1	0	5	4	4	1	4	0	0
C	1	5	0	0	0	2	3	0	3
D	0	4	0	0	0	0	9	2	0
E	3	4	0	0	0	0	3	0	0
F	0	1	2	0	0	0	2	0	0
G	9	4	3	9	3	2	0	0	8
H	0	0	0	2	0	0	0	0	1
I	2	0	3	0	0	0	8	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	4			X		3		
A	X	4	4		X		3		5
G	X	4	4	12	X	5	X		5
B	X	X	4	8	X	5	X		5
C	X	X	X	8	X	5	X		5
F	X	X	X	8	X	X	X		5
I	X	X	X	8	X	X	X	6	X
H	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	4			X		3		
A	X	1	1		X		3		2
B	X	X	1	4	X	1	3		2
C	X	X	X	4	X	1	3		2
F	X	X	X	4	X	X	2		2
G	X	X	X	4	X	X	X		2
I	X	X	X	4	X	X	X	1	X
H	X	X	X	2	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	5	3	3	3	7	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	B	A	C	I	D	E	F	H
DSAT ₁	7	6	5	5	4	3	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	1	1	1	2	2	1	1	■
DSAT ₄	■	1	2	2	■	2	1	1	■
DSAT ₅	■	2	■	3	■	2	2	1	■
DSAT ₆	■	3	■	■	■	2	2	2	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	3	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	3	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	4	2	3	4	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et H ainsi qu'une arête entre H et G. Par exemple :

AGHIGBFCEGCIADGFHDBEABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en H mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et H ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAIH d'un coût de $6 \times 100 = 600$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			7	7	X	2	5		2
F		3	7	1	X	X	5	2	2
D	7	3	7	X	X	X	5	2	1
I	7	3	1	X	X	X	5	2	X
C	7	3	X	X	X	X	1	1	X
G	7	3	X	X	X	X	X	1	X
H	6	1	X	X	X	X	X	X	X
B	6	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^+(\bullet)$	2	4	4	5	5	5	6	6	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	H	D	E	F	B	C	A
DSAT ₁	7	6	6	5	5	5	4	4	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	2
DSAT ₃	■	1	2	2	1	1	1	1	■
DSAT ₄	■	2	■	2	1	2	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	3	2	2	3	3	■
DSAT ₆	■	■	■	■	3	3	3	3	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	3	4	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	4	■
Coul	1	3	2	2	4	3	4	5	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et E. On ajoute une arête entre F et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AHBIADGHIGEIDBECHFDEFICGBFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BH\}, \{CI\}, \{DF\}, \{FE\}, \{GC\}, \{HC\}, \{ID\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7	4	5	3	X		1		
G	7	4	5	3	X	8	X		2
I	7	4	5	3	X	1	X	7	X
F	7	4	1	3	X	X	X	7	X
C	7	4	X	3	X	X	X	7	X
D	1	4	X	X	X	X	X	7	X
A	X	4	X	X	X	X	X	7	X
B	X	X	X	X	X	X	X	7	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	2	3	3	5	3	3	1	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	I	C	D	F	G	A	B	H
DSAT ₁	5	4	3	3	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	4	1	1	3	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	1	2	1	2	1	1	1
DSAT ₄	■	■	1	■	1	2	2	1	1
DSAT ₅	■	■	1	■	2	■	2	1	1
DSAT ₆	■	■	2	■	■	■	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	1	2	2	3	2	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre E et F. On ajoute une arête entre G et H. Par exemple :

ADCEFGHIGEDIFCBEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGIF d'un coût de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9		1	3	X		2		3
C	5		X	2	X		2	4	3
D	5	4	X	X	X		2	4	3
G	4	1	X	X	X	4	X	1	3
B	4	X	X	X	X	1	X	1	3
F	3	X	X	X	X	X	X	1	3
H	3	X	X	X	X	X	X	X	3
A	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^+(\bullet)$	6	6	5	5	5	4	7	4	8

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	I	G	A	B	C	D	E	F	H
DSAT ₁	8	7	6	6	5	5	5	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	2	2	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	2	3	3	2
DSAT ₅	■	■	■	■	2	3	3	4	3
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	3	■	3
DSAT ₇	■	■	■	■	3	■	4	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	4	■	■	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	3	4	2	3	4	5	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_5 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 5. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 5.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et G. On ajoute une arête entre D et F ainsi qu'une arête entre F et E. Par exemple :

AFBHCIBGHIGDEGFIEFDIAECGABDCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BG\}, \{CE\}, \{DC\}, \{FB\}, \{GE\}, \{HG\}, \{IE\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 127

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

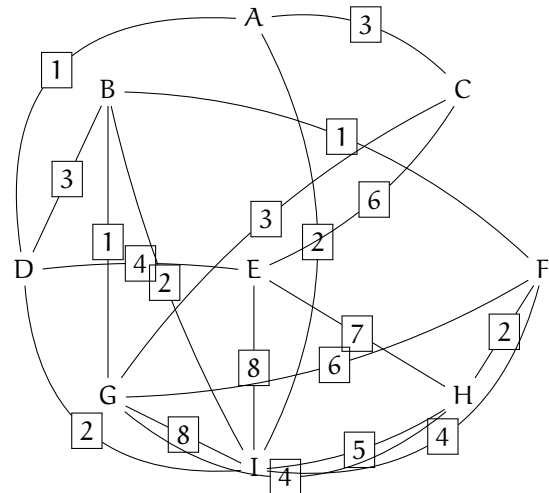
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	1	0	0	0	0	2
B	0	0	0	3	0	1	1	0	2
C	3	0	0	0	6	0	3	0	0
D	1	3	0	0	4	0	0	0	2
E	0	0	6	4	0	0	0	7	8
F	0	1	0	0	0	0	6	2	4
G	0	1	3	0	0	6	0	4	8
H	0	0	0	0	7	2	4	0	5
I	2	2	0	2	8	4	8	5	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			6	4	X			7	8
D	5	7	6	X	X			7	6
A	X	7	6	X	X			7	6
C	X	7	X	X	X		9	7	6
I	X	7	X	X	X	10	9	7	X
B	X	X	X	X	X	8	8	7	X
H	X	X	X	X	X	8	8	X	X
F	X	X	X	X	X	X	8	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			6	4	X			7	8
D	1	3	6	X	X			7	2
A	X	3	3	X	X			7	2
I	X	2	3	X	X	4	8	5	X
B	X	X	3	X	X	1	1	5	X
F	X	X	3	X	X	X	1	2	X
G	X	X	3	X	X	X	X	2	X
H	X	X	3	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	3	4	4	4	5	4	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	B	D	E	F	H	A	C
DSAT ₁	7	5	4	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	1	1	2	1	1	2	■
DSAT ₄	■	■	2	1	2	2	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	2	2	3	2	2	■
DSAT ₆	■	■	■	2	2	■	3	2	■
DSAT ₇	■	■	■	2	3	■	■	2	■
DSAT ₈	■	■	■	3	■	■	■	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	4	2	4	3	2	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G. On ajoute une arête entre C et I. Par exemple :

AGHIGBFGCIBDIACEHFIEDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDBF d'un coût de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		6	2		X	3	8		
C		3	X		X	1	1		
F	6	3	X		X	X	1	2	3
G	6	3	X	2	X	X	X	2	3
D	6	3	X	X	X	X	X	2	3
H	4	3	X	X	X	X	X	X	1
I	4	3	X	X	X	X	X	X	X
B	4	X	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	4	3	4	7	4	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	F	A	B	C	E	G	H	I	D
DSAT ₁	7	4	4	4	4	4	4	4	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	1	1	1	2	2	1	■
DSAT ₄	■	■	1	1	1	2	3	2	■
DSAT ₅	■	■	1	1	1	2	■	3	■
DSAT ₆	■	■	2	1	1	2	■	■	■
DSAT ₇	■	■	■	2	2	2	■	■	■
DSAT ₈	■	■	■	■	3	3	■	■	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	4	■	■	■
Coul	1	2	2	3	4	2	3	4	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. Par exemple :

AHDGCBEFHIFGECFBIADFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BC\}, \{CE\}, \{DG\}, \{FC\}, \{GC\}, \{HF\}, \{IH\}$$

Son poids est de 16 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 16 = 1600$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			2	1	X	1	2	3	
D	1		2	X	X	1	2	3	5
A	X	3	2	X	X	1	2	3	4
F	X	3	2	X	X	X	2	3	1
I	X	3	2	X	X	X	1	2	X
G	X	1	1	X	X	X	X	2	X
B	X	X	1	X	X	X	X	1	X
C	X	X	X	X	X	X	X	1	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	3	5	4	5	3	4	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	C	E	A	D	G	H	B	F
DSAT ₁	6	5	5	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	■	1	2	2	2	3	2
DSAT ₄	■	2	■	2	2	3	3	■	2
DSAT ₅	■	3	■	2	2	■	3	■	2
DSAT ₆	■	■	■	3	2	■	4	■	2
DSAT ₇	■	■	■	3	2	■	■	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	3	■	■	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	1	2	3	2	2	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre E et A ainsi qu'une arête entre A et F. Par exemple :

AFDIADEGIHEABGCFICHBCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AD\}, \{BG\}, \{CG\}, \{DE\}, \{FE\}, \{GI\}, \{HB\}, \{IF\}$$

Son poids est de 8 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 8 = 800$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 130

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

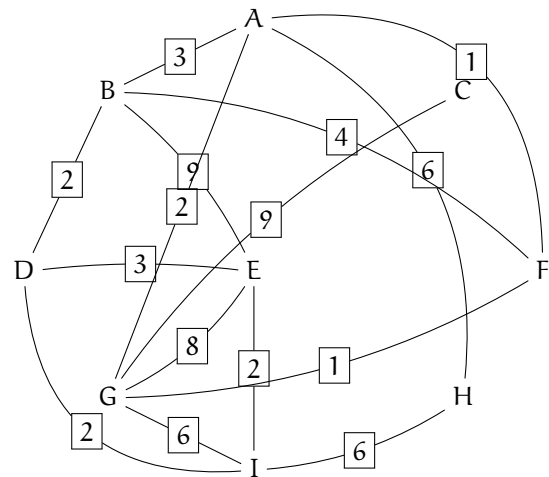
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	3	0	0	0	1	2	6	0
B	3	0	0	2	9	4	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	9	0	0
D	0	2	0	0	3	0	0	0	2
E	0	9	0	3	0	0	8	0	2
F	1	4	0	0	0	0	1	0	0
G	2	0	9	0	8	1	0	0	6
H	6	0	0	0	0	0	0	0	6
I	0	0	0	2	2	0	6	6	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		9		3	X		8		2
I		9		3	X		8	8	X
D		5		X	X		8	8	X
B	8	X		X	X	9	8	8	X
A	X	X		X	X	9	8	8	X
G	X	X	17	X	X	9	X	8	X
H	X	X	17	X	X	9	X	X	X
F	X	X	17	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		9		3	X		8		2
I		9		2	X		6	6	X
D		2		X	X		6	6	X
B	3	X		X	X	4	6	6	X
A	X	X		X	X	1	2	6	X
F	X	X		X	X	X	1	6	X
G	X	X	9	X	X	X	X	6	X
H	X	X	9	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	1	3	4	3	5	2	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	B	E	I	D	F	H	C
DSAT ₁	5	4	4	4	4	3	3	2	1
DSAT ₂	■	1	4	1	1	3	1	2	1
DSAT ₃	■	2	■	2	1	1	2	2	1
DSAT ₄	■	■	■	2	1	1	3	1	1
DSAT ₅	■	■	■	2	1	1	■	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	2	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	■	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	1	2	3	4	3	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre F et D ainsi qu'une arête entre D et G. Par exemple :

AFBEDFGDIEGIHABDCGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EDDBA d'un cout de $8 \times 100 = 800$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	4		7	X		6	5	
B	9	X		7	X	1	5	5	3
F	6	X		5	X	X	4	5	3
I	4	X		5	X	X	4	5	X
A	X	X	3	5	X	X	1	5	X
G	X	X	2	5	X	X	X	3	X
C	X	X	X	5	X	X	X	1	X
H	X	X	X	1	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	3	3	5	5	6	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	G	A	E	F	H	B	C	D	I
DSAT ₁	6	5	5	5	5	4	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	2
DSAT ₃	■	1	2	2	2	1	1	■	2
DSAT ₄	■	2	■	2	3	2	1	■	2
DSAT ₅	■	2	■	3	■	2	2	■	2
DSAT ₆	■	3	■	■	■	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	3	2	2	3	3	2	1	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et I ainsi qu'une arête entre I et H. Par exemple :

AGBIADFHIFGHDEBFACGEHCEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AI\}, \{BE\}, \{CG\}, \{DH\}, \{FB\}, \{GA\}, \{HC\}, \{IB\}$$

Son poids est de 17 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 17 = 1700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 132

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

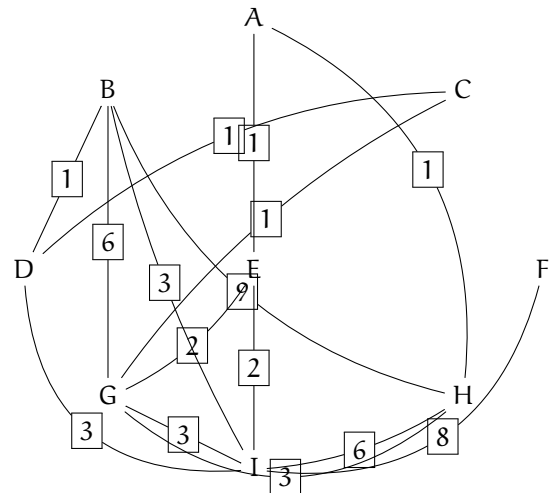
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	6	9	3
C	0	0	0	1	0	0	1	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	0	3
E	1	0	0	0	0	0	2	0	2
F	0	0	0	0	0	0	0	0	8
G	0	6	1	0	2	0	0	3	3
H	1	9	0	0	0	0	3	0	6
I	0	3	0	3	2	8	3	6	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1				X		2		2
A	X				X		2	2	2
G	X	8	3		X		X	2	2
H	X	8	3		X		X	X	2
I	X	5	3	5	X	10	X	X	X
C	X	5	X	4	X	10	X	X	X
D	X	5	X	X	X	10	X	X	X
B	X	X	X	X	X	10	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1				X		2		2
A	X				X		2	1	2
H	X	9			X		2	X	2
G	X	6	1		X		X	X	2
C	X	6	X	1	X		X	X	2
D	X	1	X	X	X		X	X	2
B	X	X	X	X	X		X	X	2
I	X	X	X	X	X	8	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	4	2	3	3	1	5	4	6

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	I	G	B	H	D	E	A	C	F
DSAT ₁	6	5	4	4	3	3	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	1	1	2	1	2	■	2	1
DSAT ₄	■	2	2	■	1	2	■	2	1
DSAT ₅	■	■	3	■	1	3	■	1	1
DSAT ₆	■	■	■	■	2	3	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	2	■	■	1	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	3	4	2	2	2	1	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et E. On ajoute une arête entre F et G. Par exemple :

AEGHIGFIEDBGCDIBHA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGCD d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 133

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

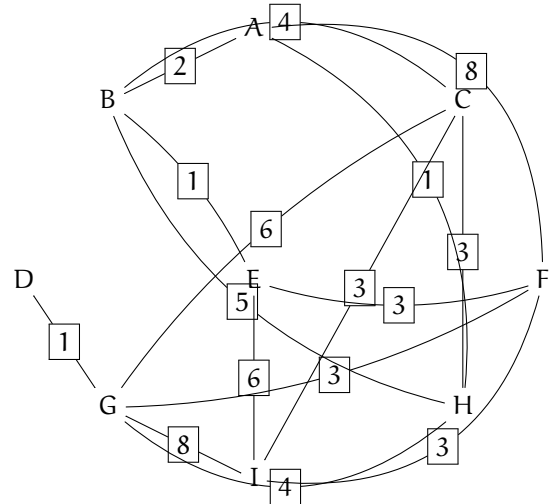
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	2	0	0	0	8	0	1	0
B	2	0	4	0	1	0	0	5	0
C	0	4	0	0	0	0	6	3	3
D	0	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	3	0	0	6
F	8	0	0	0	3	0	3	0	3
G	0	0	6	1	0	3	0	4	8
H	1	5	3	0	0	0	4	0	0
I	0	0	3	0	6	3	8	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	3	X	5		X	3		6	6
A	X	X	5		X	3		4	6
F	X	X	5		X	X	6	4	6
H	X	X	5		X	X	6	X	6
C	X	X	X		X	X	6	X	6
G	X	X	X	7	X	X	X	X	6
I	X	X	X	7	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1			X	3			6
B	2	X	4		X	3		5	6
A	X	X	4		X	3		1	6
H	X	X	3		X	3	4	X	6
C	X	X	X		X	3	4	X	3
F	X	X	X		X	X	3	X	3
G	X	X	X	1	X	X	X	X	3
D	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	1	3	4	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	B	C	F	H	I	A	E	D
DSAT ₁	5	4	4	4	4	4	3	3	1
DSAT ₂	■	4	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	■	2	1	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	1	3	2	1	1	1
DSAT ₅	■	■	■	1	■	2	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	2	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	1	2	2	3	3	4	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et D. On ajoute une arête entre E et G. Par exemple :

AFGIFEBHABCHGEICGDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CH\}, \{DG\}, \{FE\}, \{GF\}, \{HA\}, \{IC\}$$

Son poids est de 17 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 17 = 1700$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 134

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

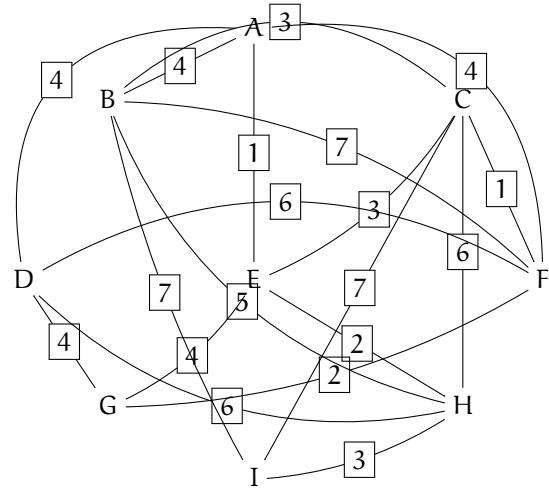
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	4	0	4	1	4	0	0	0
B	4	0	3	0	0	7	0	5	7
C	0	3	0	0	3	1	0	6	7
D	4	0	0	0	0	6	4	6	0
E	1	0	3	0	0	0	4	2	0
F	4	7	1	6	0	0	2	0	0
G	0	0	0	4	4	2	0	0	0
H	0	5	6	6	2	0	0	0	3
I	0	7	7	0	0	0	0	3	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		3		X		4	2	
A	X	5	3	5	X	5	4	2	
H	X	5	3	5	X	5	4	X	5
C	X	5	X	5	X	4	4	X	5
F	X	5	X	5	X	X	4	X	5
G	X	5	X	5	X	X	X	X	5
B	X	X	X	5	X	X	X	X	5
D	X	X	X	X	X	X	X	X	5

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1		3		X		4	2	
A	X	4	3	4	X	4	4	2	
H	X	4	3	4	X	4	4	X	3
C	X	3	X	4	X	1	4	X	3
F	X	3	X	4	X	X	2	X	3
G	X	3	X	4	X	X	X	X	3
B	X	X	X	4	X	X	X	X	3
I	X	X	X	4	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	5	4	4	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	F	H	A	D	E	G	I
DSAT ₁	5	5	5	5	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	4	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	4	1	1
DSAT ₄	■	2	2	3	3	■	■	2	1
DSAT ₅	■	3	2	■	3	■	■	2	2
DSAT ₆	■	■	3	■	3	■	■	2	3
DSAT ₇	■	■	■	■	4	■	■	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	3	2	2	3	1	1	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et G. On ajoute une arête entre F et H. On ajoute une arête entre C et A ainsi qu'une arête entre A et I. Par exemple :

AECHEGFHICFBGDHBIADFABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour en faire passer à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BC\}, \{CE\}, \{DA\}, \{FC\}, \{GF\}, \{HE\}, \{IH\}$$

Son poids est de 19 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 19 = 1900$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 135

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

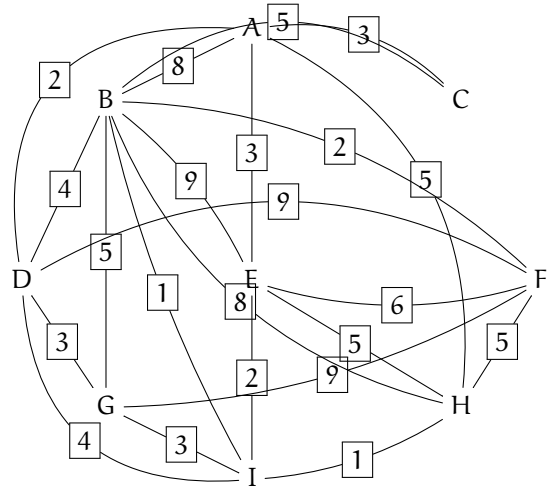
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	8	3	2	3	0	0	5	0
B	8	0	5	4	9	2	5	8	1
C	3	5	0	0	0	0	0	0	0
D	2	4	0	0	0	9	3	0	4
E	3	9	0	0	0	6	0	5	2
F	0	2	0	9	6	0	9	5	0
G	0	5	0	3	0	9	0	0	3
H	5	8	0	0	5	5	0	0	1
I	0	1	0	4	2	0	3	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	3		6	X	6	5	3	X
A	X	3	6	5	X	6	5	3	X
B	X	X	6	5	X	5	5	3	X
H	X	X	6	5	X	5	5	X	X
D	X	X	6	X	X	5	5	X	X
F	X	X	6	X	X	X	5	X	X
G	X	X	6	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	9			X	6		5	2
I	3	1		4	X	6	3	1	X
B	3	X	5	4	X	2	3	1	X
H	3	X	5	4	X	2	3	X	X
F	3	X	5	4	X	X	3	X	X
A	X	X	3	2	X	X	3	X	X
D	X	X	3	X	X	X	3	X	X
C	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	8	2	5	5	5	4	5	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	B	A	D	E	F	H	I	G	C
DSAT ₁	8	5	5	5	5	5	5	4	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	1
DSAT ₃	■	■	2	2	1	2	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	2	2	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	3	3	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	4	3	3	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	4	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	4	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	2	3	3	2	4	2	4	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre D et E. On ajoute une arête entre H et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AFGIHFGBGDEFDIBHADBEABCHEICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 1 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EIBF d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 136

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

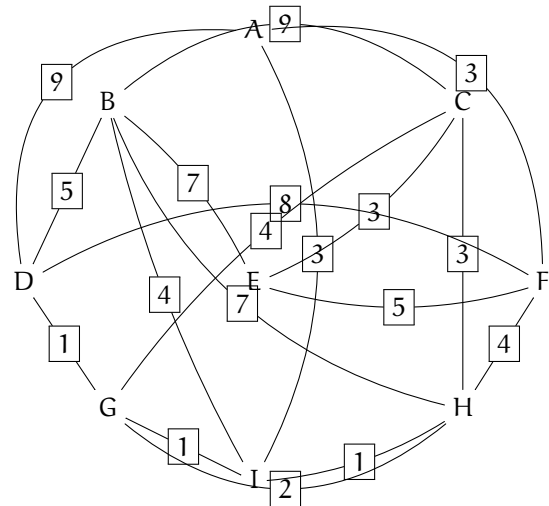
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	9	0	3	0	0	3
B	0	0	9	5	7	0	0	7	4
C	0	9	0	0	3	0	4	3	0
D	9	5	0	0	0	8	1	0	0
E	0	7	3	0	0	5	0	0	0
F	3	0	0	8	5	0	0	4	0
G	0	0	4	1	0	0	0	2	1
H	0	7	3	0	0	4	2	0	1
I	3	4	0	0	0	0	1	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	7	6	
F	8	7	X	13	X	X	7	6	
H	8	7	X	13	X	X	7	X	7
B	8	X	X	12	X	X	7	X	7
G	8	X	X	8	X	X	X	X	7
I	8	X	X	8	X	X	X	X	X
A	X	X	X	8	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7	3		X	5			
C		7	X		X	5	4	3	
H		7	X		X	4	2	X	1
I	3	4	X		X	4	1	X	X
G	3	4	X	1	X	4	X	X	X
D	3	4	X	X	X	4	X	X	X
A	X	4	X	X	X	3	X	X	X
F	X	4	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	4	3	4	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	H	C	D	F	G	I	A	E
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	4	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	■	4	1	1	2
DSAT ₄	■	3	2	3	■	■	2	1	2
DSAT ₅	■	■	3	3	■	■	3	1	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	3	1	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	2	1	1	3	4	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé reviens à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre E et H. Par exemple :

AFDGHIGCHBIABCEFHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AI\}, \{BI\}, \{CE\}, \{DG\}, \{FA\}, \{GI\}, \{HC\}, \{IH\}$$

Son poids est de 19 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 19 = 1900$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	2			1	X				
D	2		1	X	X		2	5	
C	1		X	X	X		2	5	
A	X		X	X	X	2	2	5	
F	X	3	X	X	X	X	2	2	3
G	X	3	X	X	X	X	X	2	3
H	X	1	X	X	X	X	X	X	1
B	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	2	2	5	2	5	3	5	2

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	F	H	A	G	B	C	E	I
DSAT ₁	5	5	5	4	3	2	2	2	2
DSAT ₂	■	5	1	1	1	2	1	1	2
DSAT ₃	■	■	2	2	2	1	1	1	1
DSAT ₄	■	■	■	2	3	2	1	1	2
DSAT ₅	■	■	■	2	■	2	1	1	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	2	3	3	3	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et A ainsi qu'une arête entre A et H. Par exemple :

BFHIFGHBGDHAEDFACDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 5 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AC\}, \{BH\}, \{CD\}, \{DE\}, \{FA\}, \{GD\}, \{HF\}, \{IH\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 138

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

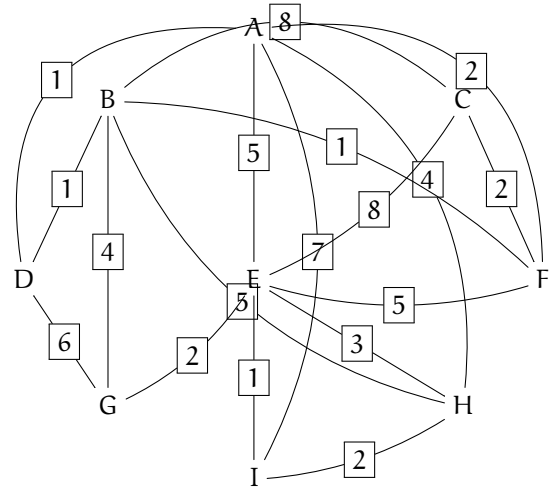
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	1	5	2	0	4	7
B	0	0	8	1	0	1	4	5	0
C	0	8	0	0	8	2	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	6	0	0
E	5	0	8	0	0	5	2	3	1
F	2	1	2	0	5	0	0	0	0
G	0	4	0	6	2	0	0	0	0
H	4	5	0	0	3	0	0	0	2
I	7	0	0	0	1	0	0	2	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	3	X
G	5	6	8	8	X	5	X	3	X
H	5	6	8	8	X	5	X	X	X
A	X	6	8	6	X	5	X	X	X
F	X	6	7	6	X	X	X	X	X
B	X	X	7	6	X	X	X	X	X
D	X	X	7	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	5		8		X	5	2	3	1
I	5		8		X	5	2	2	X
G	5	4	8	6	X	5	X	2	X
H	4	4	8	6	X	5	X	X	X
A	X	4	8	1	X	2	X	X	X
D	X	1	8	X	X	2	X	X	X
B	X	X	8	X	X	1	X	X	X
F	X	X	2	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	5	3	3	6	4	3	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	E	A	B	F	H	C	D	G	I
DSAT ₁	6	5	5	4	4	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	3	1	1
DSAT ₃	■	1	■	2	2	2	1	2	1
DSAT ₄	■	2	■	■	2	3	1	2	1
DSAT ₅	■	2	■	■	2	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	■	3	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	3	1	2	2	3	2	3	4

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et D. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AHBDGBFEHIEGIAECFABCD

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en B mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et B ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EGB d'un cout de $6 \times 100 = 600$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E					X	3		4	
F	1	2	1		X	X	9	4	
A	X	2	1	4	X	X	9	4	
C	X	2	X	4	X	X	3	4	9
B	X	X	X	1	X	X	3	4	4
D	X	X	X	X	X	X	3	3	1
I	X	X	X	X	X	X	3	3	X
G	X	X	X	X	X	X	X	3	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	6	6	5	2	5	3	5	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	B	C	D	F	H	A	G	I	E
DSAT ₁	6	6	5	5	5	3	3	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	3	1	1	2
DSAT ₃	■	1	2	2	2	■	1	1	2
DSAT ₄	■	2	■	2	3	■	1	2	2
DSAT ₅	■	3	■	2	■	■	1	2	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	3	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AGBHCIBFCGFEHADHIDBCDFA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BF\}, \{CF\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GC\}, \{HD\}, \{ID\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 140

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

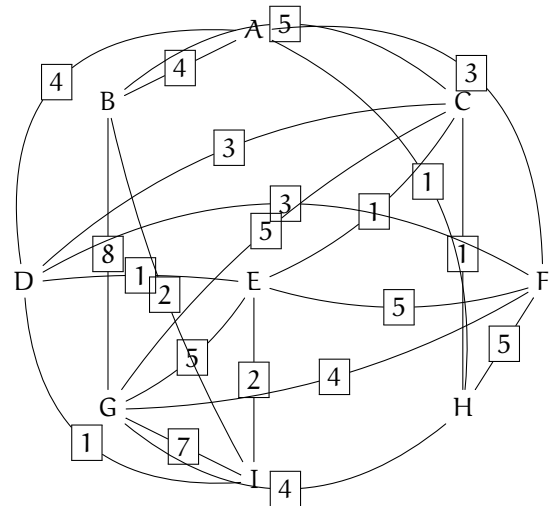
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	4	0	4	0	3	0	1	0
B	4	0	5	0	0	0	8	0	2
C	0	5	0	3	1	0	5	1	0
D	4	0	3	0	1	3	0	0	1
E	0	0	1	1	0	5	5	0	2
F	3	0	0	3	5	0	4	5	0
G	0	8	5	0	5	4	0	4	7
H	1	0	1	0	0	5	4	0	0
I	0	2	0	1	2	0	7	0	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		6	X	1	X	5	5	2	2
D	5	6	X	X	X	4	5	2	2
H	3	6	X	X	X	4	5	X	2
I	3	4	X	X	X	4	5	X	X
A	X	4	X	X	X	4	5	X	X
B	X	X	X	X	X	4	5	X	X
F	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E			1	1	X	5	5		2
C		5	X	1	X	5	5	1	2
D	4	5	X	X	X	3	5	1	1
H	1	5	X	X	X	3	4	X	1
A	X	4	X	X	X	3	4	X	1
I	X	2	X	X	X	3	4	X	X
B	X	X	X	X	X	3	4	X	X
F	X	X	X	X	X	X	4	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	4	5	5	5	5	6	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	C	D	E	F	A	B	H	I
DSAT ₁	6	5	5	5	5	4	4	4	4
DSAT ₂	■	1	5	1	1	4	1	1	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	1	1	1	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	■	3	1	2	2	3
DSAT ₆	■	■	■	■	■	2	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	3	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	4
Coul	1	2	1	3	2	4	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre C et F. On ajoute une arête entre D et B ainsi qu'une arête entre B et E. Par exemple :

AFCEGFHGGIEBDEFDIBGCHABCDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AH\}, \{BI\}, \{CE\}, \{DE\}, \{FD\}, \{GH\}, \{HC\}, \{ID\}$$

Son poids est de 14 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 14 = 1400$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 141

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

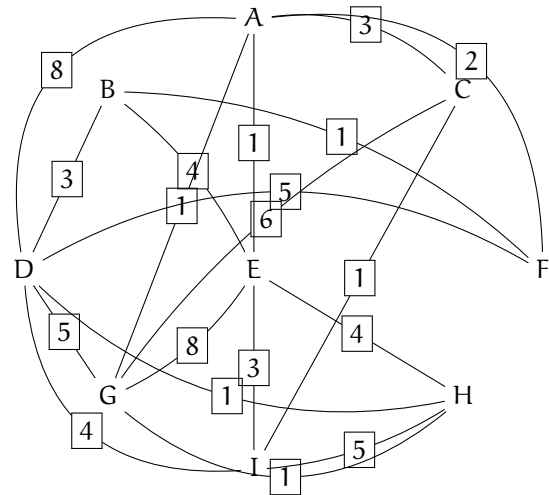
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0. 0.5
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	3	8	1	2	1	0	0
B	0	0	0	3	4	1	0	0	0
C	3	0	0	0	0	0	6	0	1
D	8	3	0	0	0	5	5	1	4
E	1	4	0	0	0	0	8	4	3
F	2	1	0	5	0	0	0	0	0
G	1	0	6	5	8	0	0	1	0
H	0	0	0	1	4	0	1	0	5
I	0	0	1	4	3	0	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	4	9	X	3	2	4	3
G	X	4	4	7	X	3	X	3	3
F	X	4	4	7	X	X	X	3	3
H	X	4	4	4	X	X	X	X	3
I	X	4	4	4	X	X	X	X	X
B	X	X	4	4	X	X	X	X	X
C	X	X	X	4	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	1	4			X		8	4	3
A	X	4	3	8	X	2	1	4	3
G	X	4	3	5	X	2	X	1	3
H	X	4	3	1	X	2	X	X	3
D	X	3	3	X	X	2	X	X	3
F	X	1	3	X	X	X	X	X	3
B	X	X	3	X	X	X	X	X	3
C	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	3	3	6	5	3	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	D	A	E	G	H	I	B	C	F
DSAT ₁	6	5	5	5	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	5	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	2	■	2	2	2	2	3	1
DSAT ₄	■	3	■	3	2	3	2	■	1
DSAT ₅	■	■	■	4	2	3	2	■	2
DSAT ₆	■	■	■	■	3	3	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	1	3	2	3	2	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et B. On ajoute une arête entre C et E. On ajoute une arête entre F et G. Par exemple :

AFBEHIEGACGDFGHDICEABDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AE\}, \{BF\}, \{CA\}, \{DH\}, \{FA\}, \{GA\}, \{HG\}, \{IC\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 142

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

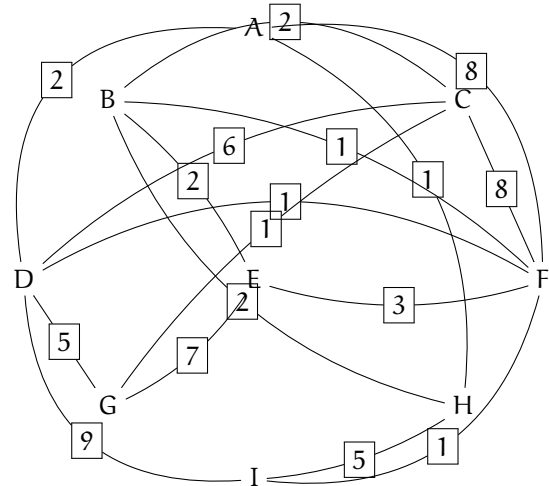
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	2	0	8	0	1	0
B	0	0	2	0	2	1	0	2	0
C	0	2	0	6	0	8	1	0	0
D	2	0	6	0	0	1	5	0	9
E	0	2	0	0	0	3	7	0	0
F	8	1	8	1	3	0	0	0	1
G	0	0	1	5	7	0	0	0	0
H	1	2	0	0	0	0	0	0	5
I	0	0	0	9	0	1	0	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	4		X	3	7	4	
F	11	X	4	4	X	X	7	4	4
C	11	X	X	4	X	X	5	4	4
D	6	X	X	X	X	X	5	4	4
H	5	X	X	X	X	X	5	X	4
I	5	X	X	X	X	X	5	X	X
A	X	X	X	X	X	X	5	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X	3	7		
B		X	2		X	1	7	2	
F	8	X	2	1	X	X	7	2	1
D	2	X	2	X	X	X	5	2	1
I	2	X	2	X	X	X	5	2	X
A	X	X	2	X	X	X	5	1	X
H	X	X	2	X	X	X	5	X	X
C	X	X	X	X	X	X	1	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	4	4	5	3	6	3	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	F	D	B	C	A	E	G	H	I
DSAT ₁	6	5	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	3	3	1
DSAT ₃	■	2	1	2	1	2	■	3	1
DSAT ₄	■	2	2	2	2	2	■	■	2
DSAT ₅	■	■	2	3	3	2	■	■	3
DSAT ₆	■	■	3	■	3	2	■	■	3
DSAT ₇	■	■	■	■	3	3	■	■	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	3	■	■	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	2	3	3	3	1	1	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et E. On ajoute une arête entre D et H. On ajoute une arête entre G et I. Par exemple :

AFBHADHIDCFDGCBEFIGEA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 3, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AD\}, \{BE\}, \{CB\}, \{DF\}, \{FB\}, \{GC\}, \{HA\}, \{IF\}$$

Son poids est de 11 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 11 = 1100$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 143

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

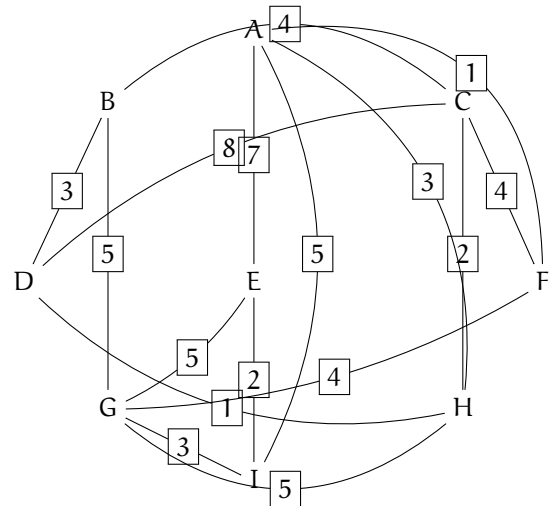
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyrior ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une

autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaitre la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	7	1	0	3	5
B	0	0	4	3	0	0	5	0	0
C	0	4	0	8	0	4	0	2	0
D	0	3	8	0	0	0	0	1	0
E	7	0	0	0	0	0	5	0	2
F	1	0	4	0	0	0	4	0	0
G	0	5	0	0	5	4	0	5	3
H	3	0	2	1	0	0	5	0	0
I	5	0	0	0	2	0	3	0	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	7				X		5		X
G	7	10			X	9	X	10	X
A	X	10			X	8	X	10	X
F	X	10	12		X	X	X	10	X
B	X	X	12	13	X	X	X	10	X
H	X	X	12	11	X	X	X	X	X
D	X	X	12	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	7				X		5		2
I	5				X		3		X
G	5	5			X	4	X	5	X
F	1	5	4		X	X	X	5	X
A	X	5	4		X	X	X	3	X
H	X	5	2	1	X	X	X	X	X
D	X	3	2	X	X	X	X	X	X
C	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	3	4	3	3	3	5	4	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	G	A	C	H	B	D	E	F	I
DSAT ₁	5	4	4	4	3	3	3	3	3
DSAT ₂	■	4	4	1	1	3	1	1	1
DSAT ₃	■	■	4	2	1	3	2	2	2
DSAT ₄	■	■	■	3	2	1	2	3	2
DSAT ₅	■	■	■	■	2	2	2	3	2
DSAT ₆	■	■	■	■	2	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	2	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	1	1	2	2	3	2	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et E. On ajoute une arête entre D et F. On ajoute une arête entre G et C ainsi qu'une arête entre C et I. Par exemple :

AHCIAEBCDFGEIGHDBGCF A

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il ?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et C ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EAFC d'un coût de $12 \times 100 = 1200$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 144

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

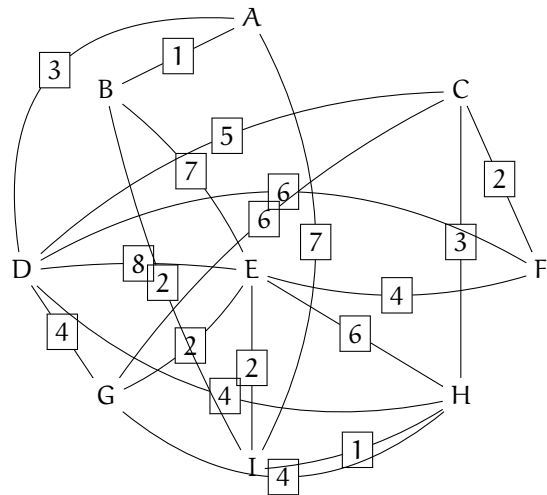
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0. 2
- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours. 0.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	1	0	3	0	0	0	0	7
B	1	0	0	0	7	0	0	0	2
C	0	0	0	5	0	2	6	3	0
D	3	0	5	0	8	6	4	4	0
E	0	7	0	8	0	4	2	6	2
F	0	0	2	6	4	0	0	0	0
G	0	0	6	4	2	0	0	4	0
H	0	0	3	4	6	0	4	0	1
I	7	2	0	0	2	0	0	1	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	8	6	X	4	X	6	2
I	9	4	8	6	X	4	X	3	X
H	9	4	6	6	X	4	X	X	X
B	5	X	6	6	X	4	X	X	X
F	5	X	6	6	X	X	X	X	X
A	X	X	6	6	X	X	X	X	X
C	X	X	X	6	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		7		8	X	4	2	6	2
G		7	6	4	X	4	X	4	2
I	7	2	6	4	X	4	X	1	X
H	7	2	3	4	X	4	X	X	X
B	1	X	3	4	X	4	X	X	X
A	X	X	3	3	X	4	X	X	X
C	X	X	X	3	X	2	X	X	X
F	X	X	X	3	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	3	4	6	6	3	4	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	D	E	H	C	G	I	A	B	F
DSAT ₁	6	6	5	4	4	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	3	1
DSAT ₃	■	2	2	1	1	■	2	1	1
DSAT ₄	■	■	3	1	2	■	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	2	3	■	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	2	2	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	3	■
Coul	1	2	3	2	4	1	2	3	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et F. On ajoute une arête entre B et H. Par exemple :

AFCDGHDFEIEGCHBIABEDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EIBA d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		2			X		6	6	3
B	1	X	2	5	X		6	6	3
A	X	X	1	5	X		6	6	3
C	X	X	X	1	X		6	6	3
D	X	X	X	X	X	7	1	4	1
G	X	X	X	X	X	7	X	1	1
H	X	X	X	X	X	7	X	X	1
I	X	X	X	X	X	1	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	3	5	4	6	4	2	5	4	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	I	D	B	G	C	E	H	A	F
DSAT ₁	7	6	5	5	4	4	4	3	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	1	2	2	2	1	1	■	1
DSAT ₄	■	2	■	2	3	2	1	■	1
DSAT ₅	■	3	■	2	■	2	1	■	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	2	2	■	2
DSAT ₇	■	■	■	■	■	3	3	■	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	4	■	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	3	5	1	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 5 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 5. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. On ne peut malheureusement rien conclure. Désolé :-)

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et I. On ajoute une arête entre B et G. Par exemple :

AGHIGBEGDHEIDFIBDCIABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ai pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 5. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 5 (couleur 5)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AB\}, \{BE\}, \{CA\}, \{DC\}, \{FI\}, \{GD\}, \{HG\}, \{ID\}$$

Son poids est de 9 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 9 = 900$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3			6	X	2			3
F	1	7		6	X	X			3
A	X	3	2	6	X	X	4		3
C	X	3	X	6	X	X	4	5	3
B	X	X	X	2	X	X	4	1	3
H	X	X	X	2	X	X	4	X	3
D	X	X	X	X	X	X	2	X	2
G	X	X	X	X	X	X	X	X	2

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	4	3	4	4	4	2	3	5

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	A	I	B	D	E	F	C	H	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	3	3	2
DSAT ₂	■	5	1	4	1	1	1	3	1
DSAT ₃	■	■	1	1	2	2	2	1	1
DSAT ₄	■	■	1	2	■	3	2	1	1
DSAT ₅	■	■	2	2	■	■	2	1	1
DSAT ₆	■	■	■	3	■	■	2	2	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	2	2	2
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	1	2	3	2	3	2	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 3 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 3. De plus on observe que \mathcal{K}_3 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 3. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 3.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et H. On ajoute une arête entre C et B ainsi qu'une arête entre B et I. Par exemple :

AGDIBHAEFIEDBFBABCHICA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
 - A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 3. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 4 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Pour pouvoir suivre les aventures de Captain à travers les zones, ses alliés avengers décident de mettre en place une radio quantique dont les ondes parcourent les ponts. Il est donc nécessaire que chaque zone soit connectée à au moins une autre pour pouvoir capter. Pour emmener à travers les ponts il faut utiliser des particules de Pym mais Captain les a toutes prises pour ses voyages. Un certain Deadpool propose de vendre sur le deep web des particules 100 dollars l'unité. Puisque le plus riche des avengers ne peut plus les aider financièrement, ils sont limités en terme de budget. Quelles sont les ponts qui serviront de relais radio et quel sera le coût ?

1

L'énoncé revient à chercher un arbre couvrant de poids minimal ce qui a été fait précédemment. L'arbre est donc formé des arêtes

$$\{AF\}, \{BA\}, \{CA\}, \{DB\}, \{FE\}, \{GD\}, \{HB\}, \{ID\}$$

Son poids est de 15 ce qui représente la centaine de dollars à investir. Le prix sera donc de $100 \times 15 = 1500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 147

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

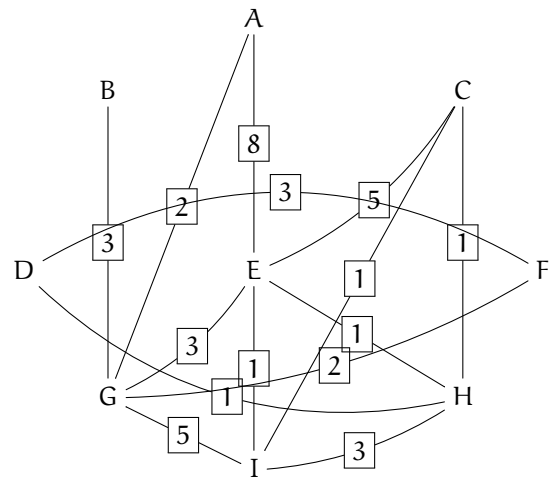
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriorion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	8	0	2	0	0
B	0	0	0	0	0	0	3	0	0
C	0	0	0	0	5	0	0	1	1
D	0	0	0	0	0	3	0	1	0
E	8	0	5	0	0	0	3	1	1
F	0	0	0	3	0	0	2	0	0
G	2	3	0	0	3	2	0	0	5
H	0	0	1	1	1	0	0	0	3
I	0	0	1	0	1	0	5	3	0

2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		2	2	X		3	X	1
I	8		2	2	X		3	X	X
C	8		X	2	X		3	X	X
D	8		X	X	X	5	3	X	X
G	5	6	X	X	X	5	X	X	X
A	X	6	X	X	X	5	X	X	X
F	X	6	X	X	X	X	X	X	X

0.5

2

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	8		5		X		3	1	1
H	8		1	1	X		3	X	1
C	8		X	1	X		3	X	1
D	8		X	X	X	3	3	X	1
I	8		X	X	X	3	3	X	X
F	8		X	X	X	X	2	X	X
G	2	3	X	X	X	X	X	X	X
A	X	3	X	X	X	X	X	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	2	1	3	2	5	2	5	4	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz. 2

Som	E	G	H	I	C	A	D	F	B
DSAT ₁	5	5	4	4	3	2	2	2	1
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	2	2	1
DSAT ₃	■	1	2	1	1	1	■	1	1
DSAT ₄	■	1	■	2	2	1	■	1	1
DSAT ₅	■	2	■	■	3	1	■	1	1
DSAT ₆	■	2	■	■	■	1	■	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	2	■	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	1
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	1
Coul	1	2	2	3	4	3	1	3	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et C. On ajoute une arête entre E et D ainsi qu'une arête entre D et G. Par exemple :

AEHIECHDEGDFGICBGA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 3 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 1, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en F mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et F ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EHDF d'un cout de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 148

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

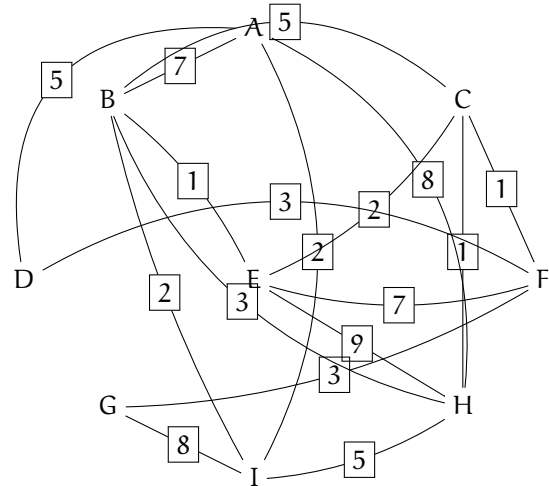
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyron ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

1. Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.
2. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	7	0	5	0	0	0	8	2
B	7	0	5	0	1	0	0	3	2
C	0	5	0	0	2	1	0	1	0
D	5	0	0	0	0	3	0	0	0
E	0	1	2	0	0	7	0	9	0
F	0	0	1	3	7	0	3	0	0
G	0	0	0	0	0	3	0	0	8
H	8	3	1	0	9	0	0	0	5
I	2	2	0	0	0	0	8	5	0

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	8	X	2		X	7		4	3
C	8	X	X		X	3		3	3
F	8	X	X	6	X	X	6	3	3
H	8	X	X	6	X	X	6	X	3
I	5	X	X	6	X	X	6	X	X
A	X	X	X	6	X	X	6	X	X
D	X	X	X	X	X	X	6	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E		1	2		X	7		9	
B	7	X	2		X	7		3	2
C	7	X	X		X	1		1	2
F	7	X	X	3	X	X	3	1	2
H	7	X	X	3	X	X	3	X	2
I	2	X	X	3	X	X	3	X	X
A	X	X	X	3	X	X	3	X	X
D	X	X	X	X	X	X	3	X	X

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	4	5	4	2	4	4	2	5	4

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

Som	B	H	A	C	E	F	I	D	G
DSAT ₁	5	5	4	4	4	4	4	2	2
DSAT ₂	■	1	1	1	1	4	1	2	2
DSAT ₃	■	1	1	2	2	■	1	1	1
DSAT ₄	■	2	1	■	3	■	1	1	1
DSAT ₅	■	3	1	■	■	■	1	1	1
DSAT ₆	■	■	2	■	■	■	2	1	1
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	2	1
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	2	2
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	2
Coul	1	4	2	2	3	1	3	3	2

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre B et D ainsi qu'une arête entre D et H. Par exemple :

AHBIABCFDHCEFGIHEBDA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en A mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et A ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBIA d'un coût de $5 \times 100 = 500$ dollars.

Contrôle Graphes Correction du sujet 149

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

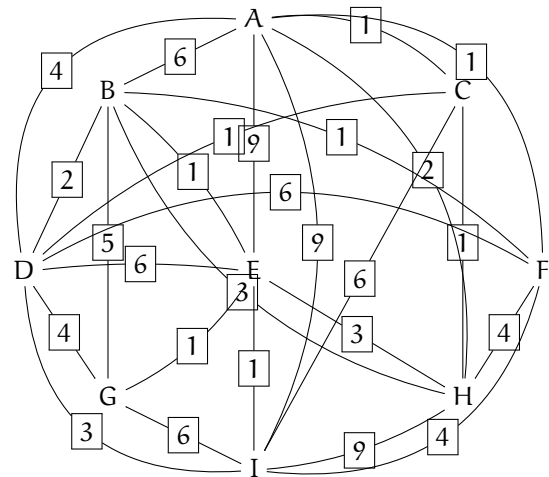
Les pierres de l'infini

Les avengers ont, par voyage dans le temps, réuni les pierres de l'infini dans le présent.

- A. La pierre de l'espace lors de la seconde guerre mondiale (Captain America - First Avenger)
- B. La pierre de la puissance (Les gardiens de la Galaxie - Volume I)
- C. La pierre de la réalité (Thor - Le monde des ténèbres)
- D. La pierre de l'âme (Avengers - Infinity War)
- E. Le présent (Avengers - End Game)
- F. La pierre de l'espace à New York en 2012 (Avengers I)
- G. La pierre du temps (Docteur Strange)
- H. La pierre de l'esprit (Avengers - L'ère d'Ultron)
- I. La pierre du spoil dans le bureau T110 de l'IUT de Villetaneuse (Thyriion ne meurt pas)

Mais pour éviter des failles du continuum espace-temps il faut voyager à nouveau dans le temps pour les remettre dans leur zone de temporalité. A cette fin, il faut utiliser les particules de Pym, mais elles sont en quantité limitées et

la consommation varie lorsque l'on passe d'une zone à une autre. De plus, les ponts Einstein-Rosen de passage d'une zone à l'autre ne sont pas tous ouverts. Dans le graphe ci-dessous on a indiqué les ponts entre les zones ainsi que la consommation de particule Pym pour le voyage.



Première partie. Résultats préliminaires

- Donner la représentation matricielle du graphe. On fera apparaître la métrique dans la matrice et s'exempter de mettre les 0.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	6	1	4	9	1	0	2	9
B	6	0	0	2	1	1	5	3	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	6
D	4	2	1	0	6	6	4	0	3
E	9	1	0	6	0	0	1	3	1
F	1	1	0	6	0	0	0	4	4
G	0	5	0	4	1	0	0	0	6
H	2	3	1	0	3	4	0	0	9
I	9	0	6	3	1	4	6	9	0

- Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Dijkstra partant de E, comme nous l'avons vu en cours.

0.5

2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	7	X		3	X	2	1	3	1
G	7	X		3	X	2	X	3	1
I	7	X	7	3	X	2	X	3	X
F	3	X	7	3	X	X	X	3	X
A	X	X	4	3	X	X	X	3	X
D	X	X	4	X	X	X	X	3	X
H	X	X	4	X	X	X	X	X	X

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours. 2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	9	1		6	X		1	3	1
B	6	X		2	X	1	1	3	1
F	1	X		2	X	X	1	3	1
A	X	X	1	2	X	X	1	2	1
C	X	X	X	1	X	X	1	1	1
D	X	X	X	X	X	X	1	1	1
G	X	X	X	X	X	X	X	1	1
H	X	X	X	X	X	X	X	X	1

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet. 0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	7	6	4	7	6	5	4	6	7

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	A	D	I	B	E	H	F	C	G
DSAT ₁	7	7	7	6	6	6	5	4	4
DSAT ₂	■	1	1	1	1	1	1	1	4
DSAT ₃	■	2	2	2	2	1	1	1	■
DSAT ₄	■	■	3	3	3	1	2	2	■
DSAT ₅	■	■	■	3	4	2	3	3	■
DSAT ₆	■	■	■	4	■	3	3	3	■
DSAT ₇	■	■	■	■	■	4	4	3	■
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	5	4	■
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	4	■
Coul	1	2	3	3	4	2	4	4	1

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe. 1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal. 2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et G ainsi qu'une arête entre G et F. On ajoute une arête entre DF. On ajoute une arête entre HI. On ajoute une arête entre BG. On ajoute une arête entre AH. On ajoute une arête entre AI. On ajoute une arête entre BH. On ajoute une arête entre EH. On ajoute une arête entre GI. On ajoute une arête entre DE. On ajoute une arête entre AE. On ajoute une arête entre CG. On ajoute une arête entre C et B ainsi qu'une arête entre B et I. On ajoute une arête entre D et H ainsi qu'une arête entre H et G. Par exemple :

AHBIAFBGHIGADBEHFIEABCHDFGDCDEGCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'ait pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposé par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 2 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 4, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en C mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coutera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et C ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBFAC d'un cout de $4 \times 100 = 400$ dollars.

3. Compléter ce tableau en appliquant l'algorithme de Prim, initialisé en E, comme nous l'avons vu en cours.
2

Som	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Init					0				
E	3	2	4		X		2		
B	3	X	2	5	X	3	2	1	
H	3	X	2	1	X	3	2	X	
D	3	X	2	X	X	3	2	X	3
C	3	X	X	X	X	3	2	X	3
G	3	X	X	X	X	1	X	X	3
F	3	X	X	X	X	X	X	X	3
A	X	X	X	X	X	X	X	X	3

4. (a) Compléter le tableau suivant en indiquant le degrés de chaque sommet.
0.5

•	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$d^{+1}(\bullet)$	5	6	3	5	4	6	5	3	3

- (b) Appliquer l'algorithme de Brelaz.

2

Som	B	F	A	D	G	E	C	H	I
DSAT ₁	6	6	5	5	5	4	3	3	3
DSAT ₂	■	1	1	1	5	1	1	1	3
DSAT ₃	■	2	2	1	■	2	1	2	1
DSAT ₄	■	■	3	2	■	2	2	2	2
DSAT ₅	■	■	■	3	■	3	2	2	2
DSAT ₆	■	■	■	■	■	3	2	3	3
DSAT ₇	■	■	■	■	■	■	3	3	3
DSAT ₈	■	■	■	■	■	■	■	3	3
DSAT ₉	■	■	■	■	■	■	■	■	3
Coul	1	2	3	4	1	2	3	2	3

- (c) Quelle est la valeur exacte du nombre chromatique de ce graphe.
1

D'après l'algorithme de Brelaz, nous avons déterminé une coloration à 4 couleurs. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est inférieur à 4. De plus on observe que \mathcal{K}_4 est un sous graphe de ce graphe. Ceci implique que le nombre chromatique du graphe est majoré par 4. Ceci implique que nécessairement le nombre chromatique de ce graphe est exactement 4.

1

Seconde partie. L'histoire.

1. Captain America part du présent (sommet E) et a besoin de passer par toutes les zones temporelles pour gagner un pari avec Faucon. Pour y arriver il peut forcer, à l'aide de Heimdal, l'apparition temporaire d'un pont entre des zones (des arêtes inexistantes). Expliquez quel trajet Captain va devoir emprunter et les voies éventuelles qu'il va demander d'ouvrir à Heimdal.
2

L'énoncé revient à se demander s'il existe, dans ce graphe, un circuit eulérien (partant de E, mais puisque c'est un circuit, le point de départ n'importe pas).

D'après le cours, un tel circuit existe si tous les sommets sont de degrés paire. Ce qui n'est pas le cas ici. Il y a des sommets de degrés impaire. On va donc rajouter à ces sommets des degrés (via l'ajout d'arête) pour répondre à la question. Voici par exemple une solution. On ajoute une arête entre A et C. On ajoute une arête entre D et G. On ajoute une arête entre H et I. Par exemple :

AFBHDGHIGFIDFCEGADBEABCA

2. A chaque zone, un vilain y demeure :
- A. Crane rouge
 - B. Ronan l'accusateur
 - C. Malekith
 - D. Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom
 - E. Thanos
 - F. Loki
 - G. Kaecilius
 - H. Ultron
 - I. Monsieur HD

Pour tenter d'arrêter Capitain ils décident de s'allier et pour se coordonner correctement d'élire un chef. Mais cela s'avère compliqué car chacun d'eux vote pour lui-même. De plus lorsque deux vilains sont reliés par un pont Einstein-Rosen ils se détestent au plus haut point. Monsieur HD, dans sa grande sagesse, a réussi à convaincre tous les vilains de ne pas voter pour eux même. Ils vont donc voter pour un vilain qu'il ne déteste pas. Combien de groupe de méchant qui ne se détestent pas existe-t-il au minimum ? Dans quel groupe a-t-on le plus de chance de trouver le chef des méchants ?

2

Deux vilains partageant un même pont Einstein-Rosen ne peuvent pas être dans le même groupe. Si on associe à chaque groupe une couleur, l'énoncé revient donc à se demander avec combien de couleur au minimum on peut colorer les sommets du graphes de sorte que deux sommets voisins n'aient pas la même couleur. Cela a été résolu précédemment, par l'application de l'algorithme de Brelaz. La réponse est 4. De plus la coloration proposée par l'algorithme de Brelaz nous indique que :

- Il y a 2 vilain dans le groupe 1 (couleur 1)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 2 (couleur 2)
- Il y a 3 vilain dans le groupe 3 (couleur 3)
- Il y a 1 vilain dans le groupe 4 (couleur 4)

Comme il y a plus de vilain dans le groupe 2, il est probable que le futur chef soit dans ce groupe.

3. Ant-man souhaite spoiler la fin de Game of thrones à Captain. Il part du présent (le sommet E) et souhaite rejoindre Captain qui se trouve en D mais c'est ce dernier qui a en sa possession toutes les particules Pym. Après une recherche sur le deep web, un certain Deadpool, lui propose de vendre des particules de Pym, 100 dollars la particule. Combien cela lui coûtera au minimum et quel chemin empruntera-t-il?

1

Il s'agit de trouver le plus court chemin entre E et D ce que nous avons déjà traité par l'algorithme de Dijkstra. Le chemin est EBHD d'un coût de $4 \times 100 = 400$ dollars.