NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	0	1
B	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0	1
G	1	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	1	0	0	0	1
G	0	0	1	1	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	3	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	6	3	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
B	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
H	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
I	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
J	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 2

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	0	1
B	0	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	1
F	0	1	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	1
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	1	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	4	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
B	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
G	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0
H	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
I	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1
J	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 3

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	1	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	1	0	0	1	0	1	0	1
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	1	3	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	1	4	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
C	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
D	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
G	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0
H	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
I	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
J	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 4

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	1	0	1
G	0	1	1	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	1	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	1	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	1	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	1	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
C	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
E	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
F	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
G	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
H	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
I	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
J	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
5

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0
D	1	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	1	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	1	0	1	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
C	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
E	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1
H	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
I	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
J	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
6

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	1	1	1	1	0
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	1
F	0	1	1	0	0	0	0
G	1	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	2	1	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	4	1	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
C	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
H	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
I	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
J	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
7

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	0	1
D	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	1	0	0	1	0
E	0	1	1	0	1	0	0	1
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	3	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
B	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
E	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
H	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0
I	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
J	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
8

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0
E	1	0	0	0	0	1	1
F	0	0	0	1	1	0	1
G	1	1	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	1	1	0
C	1	0	1	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	4	6	3	1	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	2	5	3	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
B	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1
C	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
D	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
G	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
H	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1
I	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
J	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
9

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	1	0
B	1	0	0	0	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	1	1	0	1	1
F	1	1	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathsf{D}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(\mathsf{D}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	1	3	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
B	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
C	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
D	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
F	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
G	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
H	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
J	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 10

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	1	1
F	1	0	0	0	0	0	1
G	1	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	0	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	0	0	1	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	3	5	2	1	5
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	3	6	4	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
B	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
D	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
F	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
G	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
J	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
11

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	1	0	1
D	1	1	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1
G	1	0	1	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	1	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	6	4	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	2	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
C	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
F	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
H	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
12

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	1
B	0	0	1	0	1	1	0
C	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	0	0	1	1	0
E	0	1	1	1	0	0	0
F	1	0	1	1	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	0	1
H	0	0	1	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	1	5	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	4	1	6	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
C	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
D	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0
E	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
H	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
I	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
J	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
13

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0
E	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	2	3	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	4	3	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
I	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
J	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
14

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	1
G	0	0	1	0	0	1	1	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	2	6	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
D	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
E	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
F	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
G	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
I	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
J	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
15

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	1	0
B	1	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0
D	1	0	1	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	4	1	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	2	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
D	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
E	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
G	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
H	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
I	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
J	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
16

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	1	0
B	1	0	0	1	1	1	0
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	1	0	0
C	0	1	1	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	1	1	0	0
F	0	1	0	1	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	6	2	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	5	5	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
C	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
D	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
E	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
F	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
H	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
I	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
J	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
17

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	1
B	0	0	0	1	1	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1
F	1	0	0	1	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	1	1	0	0
H	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	6	4	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	2	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
C	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
G	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
I	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
J	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 18

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	0	1	1
F	0	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	1	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\boxed{\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad \right\}}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\boxed{\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad \right\}}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\boxed{\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad \right\}}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	4	1	2	6	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	5	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
D	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
F	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
G	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
I	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1
J	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
19

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	1	1
E	0	1	1	0	0	0	1
F	1	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	0	1	1	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	1	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	3	5	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	3	2	6	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
B	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
G	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
I	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
J	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 20

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	5	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	4	1	6	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
D	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
E	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
F	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
G	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
J	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 21

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	1
B	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	1	1	0
E	0	1	0	0	0	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0
G	0	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	1	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1	0	0
D	1	0	0	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	1	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	3	2	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
D	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
E	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
F	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
G	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
H	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
I	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
J	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
22

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	1	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	1	0	0	1	0
F	0	1	1	0	1	0	1
G	1	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A,\mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(A,\mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	1	1	0	1
F	0	0	1	0	0	0	1	1
G	0	1	0	0	1	1	1	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	2	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	4	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
D	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
G	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
I	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
J	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
23

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1	1	0
D	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	1	0	0	1	0
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	4	3	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	2	3	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
I	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
24

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(\mathsf{E},\mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(\mathsf{E},\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	0	1	0
D	0	0	1	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	1	0	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	1	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	1	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
D	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
F	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
G	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
H	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
I	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
J	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
25

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	1	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	1	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	1	3	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	2	1	1	3	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
B	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
E	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
F	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
H	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
I	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
J	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
26

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	0	1	1	0	0	0	0
F	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	1	0	1
H	0	0	1	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	3	2	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	1	3	4	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
C	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
F	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
I	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0
J	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
27

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	1
B	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0
E	0	1	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	1	0	0
D	1	0	0	0	1	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0	1
F	1	1	0	0	1	0	0	0
G	1	1	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	3	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	1	3	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
C	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
F	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
I	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1
J	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
28

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	1
B	0	0	1	1	1	1	0
C	1	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	1	0	0	1
D	0	1	0	0	1	0	1	1
E	0	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	0	1	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	6	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	5	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
C	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
F	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
G	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
H	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
I	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0
J	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
29

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	1
C	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(\mathrm{B},\mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(\mathrm{B},\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	1	0
C	1	0	0	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
B	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
D	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
F	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
G	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0
H	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
I	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
J	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
30

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(\mathsf{G}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(\mathsf{G}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	0	0
H	1	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathsf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	3	4	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	3	2	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1
B	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
C	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
D	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
G	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
H	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
J	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 31

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	1	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$$\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	1
C	0	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	1	0
F	0	1	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0	1
H	1	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad \right\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad \right\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad\qquad \right\}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	2	4	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	5	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
C	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
H	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
I	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
J	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
32

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	1
B	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	1
G	1	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	1	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	6	1	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
B	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
C	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
D	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
F	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1
G	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
H	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
33

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

$$\begin{array}{c|ccccccc}
 & A & B & C & D & E & F & G \\
\hline
A & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
B & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
C & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
D & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
E & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
F & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}$$

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

$$\begin{array}{c|cccccccc}
 & A & B & C & D & E & F & G & H \\
\hline
A & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
B & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
C & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
D & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
F & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
H & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	3	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	3	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
D	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0
E	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
F	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
G	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
H	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
J	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
34

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	1	1	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	1	1	0
E	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	1	0
H	0	1	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	2	6	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
D	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
F	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
G	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
H	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
I	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
J	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 35

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	1
C	1	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	0	1	0	1	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	3	4	1	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	3	2	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
B	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
C	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
D	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
H	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
J	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
36

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	4	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	2	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
D	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
G	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
I	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
J	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 37

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(\mathsf{E}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(\mathsf{E}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	0	1	1	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	0	0
H	1	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	3	6	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	3	5	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
C	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
D	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
E	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1
G	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
I	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0
J	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
38

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	1	1	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	0	1
F	1	0	1	1	0	0	0	1
G	1	1	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	4	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	3	2	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
E	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
G	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
I	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
J	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
39

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	0	1	1
F	0	0	1	0	1	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	0	1	0	1	0
G	0	1	1	0	1	0	0	0
H	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	5	3	1	2	5	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	3	1	4	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
E	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
F	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
G	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
H	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
I	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
J	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
40

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	1
C	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\textbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	4	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	2	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
F	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
G	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
H	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0
I	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
J	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\textbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 41

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	1	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	1	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	1	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
F	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
H	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
I	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
J	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
42

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	1	0
C	1	1	0	0	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	1	0	0	0	1
F	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	3	4	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	3	2	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
B	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
C	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
E	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
G	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
H	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
I	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
J	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
43

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	1	0
C	1	1	0	1	0	1	0
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(\mathsf{E}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(\mathsf{E}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	1	1
B	0	0	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	1	0	1	0	1	0	0
F	0	1	0	0	1	0	1	0
G	0	0	0	1	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	4	1	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	2	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
C	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
D	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
E	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
F	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
G	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
H	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1
I	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1
J	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
44

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	1	1
C	0	1	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	1	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	3	1	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	3	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
E	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
F	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
G	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
H	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
J	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
45

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	1	0	1
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	1	1	1	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	3	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	6	1	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
B	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
E	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
I	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
J	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
46

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	1	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	5	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	6	3	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1
E	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
H	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
I	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
J	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
47

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	1	1	1	0
D	1	1	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	0	1	1
G	0	0	0	1	1	1	0	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	6	1	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	5	1	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
B	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
H	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
J	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
48

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	1	0	1	1	1
E	0	0	1	1	0	1	1
F	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	1	0	1	0
F	1	0	1	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	1	2	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	1	4	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
B	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
C	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
F	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
G	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
H	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
I	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
J	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
49

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	1	0	1	0	0	0
B	0	1	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	1	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\qquad, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\qquad, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\qquad, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	4	3	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	2	3	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
D	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
G	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1
I	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
J	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^{1}										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
50

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	0	0
B	1	0	1	1	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	1
D	1	0	1	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	1
G	0	0	1	0	0	0	0	1
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	3	2	5	1	1	5
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	3	4	6	1	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
D	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
F	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
G	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
J	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 51

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	1	1	1	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	3	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	6	3	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
H	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
I	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
J	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 52

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	1	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	5	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	4	6	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
F	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
G	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
J	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 53

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	0	1	1	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	1	1	0	1	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	2	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
E	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
F	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
G	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
H	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
I	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
J	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
54

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	1	0	0
E	1	1	0	1	0	1	1
F	0	1	1	0	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	1	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	6	1	1	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	1	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
I	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
J	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
55

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	1
B	0	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	0	1	0
E	1	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	1	0	0	1	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	6	2	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
C	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
E	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
G	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
H	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
J	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
56

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	1	1	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	5	3	1	5	2	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	3	1	6	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
C	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
D	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
I	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
57

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1
D	0	1	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
G	0	0	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1	1
D	0	1	1	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	5	1	5	2	3	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	1	6	4	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
F	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
H	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
I	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
J	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
58

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1
F	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	1	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	1	1
C	0	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	1	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	1	0	0	1	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	3	2	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
C	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
J	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
59

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	0	1	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	1	1	1	1	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	5	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	1	2	3	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
B	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
C	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
E	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0	1	...

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
60

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	0
B	1	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	1
E	1	0	1	1	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	0	0	0	1	1	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	0	1	0
H	0	1	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	3	4	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
B	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1
C	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
F	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
I	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
J	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 61

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	1	1
B	1	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0
D	1	1	1	0	1	0	1
E	0	1	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	4	2	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
C	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
G	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
H	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
I	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
J	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
62

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0
D	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	1
F	1	0	1	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1	1	1
D	1	0	0	1	1	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
D	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
E	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
G	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
H	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
I	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
J	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 63

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	0	0	0	1	1
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0
E	1	0	0	1	0	1	0
F	0	1	0	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	0	1	1	0
B	0	1	1	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	4	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	2	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
H	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
I	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
64

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	1
F	0	1	0	0	1	0	1
G	0	1	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	1	0	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	0	1	1	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	5	1	5	2	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	6	1	2	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
E	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
G	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
H	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
I	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
J	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
65

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	1	1	0	0	0	1
G	1	0	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	1	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	0	1	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
D	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
G	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
I	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
J	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
66

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	0	1
D	1	0	1	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	1	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	1	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	3	6	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
B	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
E	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
I	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
J	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
67

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	1	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	1	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	0	0	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \left\{ \qquad \right\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	2	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	6	4	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
C	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
D	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
F	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
G	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
H	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
I	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
J	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
68

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	0	1	1	0	1
C	1	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0	1
D	1	1	0	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	1	3	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
E	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
J	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
69

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	1	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	3	5	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	1	3	6	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
C	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
D	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
E	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
G	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1
H	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
I	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
J	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
70

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	1
B	1	0	1	1	1	1	1
C	1	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	0	0	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	1	1	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	0
H	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	4	1	6	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
D	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
E	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
F	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
H	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
I	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
J	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
71

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	1	1
D	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1
F	1	0	1	0	1	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	4	6	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	5	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
C	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
E	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
H	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
I	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
72

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	1	1
E	1	1	0	1	0	0	1
F	0	1	1	1	0	0	0
G	1	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	5	5	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	1	2	6	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0
B	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
H	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
I	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
J	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
73

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	0
B	1	0	1	1	1	0	1
C	0	1	0	0	1	0	1
D	1	1	1	0	0	1	1
E	0	1	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	0	0
E	1	0	0	0	1	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	5	1	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	6	1	3	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
E	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
G	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
H	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
I	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
J	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
74

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	3	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
G	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
H	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0
I	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
J	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
75

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	1	1
D	1	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	1	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	1	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0	0
H	1	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	5	3	1	5	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	4	2	3	1	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
B	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
C	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
E	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
F	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
G	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1
H	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
I	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
J	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
76

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1
F	1	0	1	1	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0	1
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	5	2	3	5	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	6	4	3	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
B	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0
D	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
E	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
F	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
G	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
H	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
J	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
77

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	0
B	0	1	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	6	1	3	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
B	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1
C	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
G	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
I	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
J	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
78

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	1	0	1	0
D	0	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0	0
F	1	0	1	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	1	0	1
G	1	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	4	1	2	1	6	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	1	5	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
B	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1
F	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
G	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
H	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
I	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
J	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
79

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	1	0	1	0
F	1	1	1	0	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	1	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	1	0	1
E	1	0	1	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	1	0	1	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	2	1	1	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
C	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
I	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
80

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	0	0	0	1
F	0	0	1	1	1	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B,\mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(B,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	6	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
C	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
E	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
H	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
I	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
J	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
81

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0
G	1	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	4	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
G	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
H	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
I	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
J	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
82

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	0
B	0	0	0	1	0	1	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	1	0
F	1	0	0	0	1	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	4	3	2	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	2	3	5	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
H	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
I	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
J	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
83

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0	0	1
C	0	1	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
C	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
F	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
G	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
H	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0
I	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
J	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
84

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	1	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	1	0
H	1	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	3	1	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	3	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
B	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
C	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
G	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
H	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
J	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^{1}										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
85

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	1	0	1	1
D	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	1
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	4	2	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	5	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
B	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
D	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
E	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
G	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
I	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
86

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	0	1	1	0
C	0	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1
G	1	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	5	2	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	2	4	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
E	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
G	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
H	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
J	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
87

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	0	0
B	1	0	1	0	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	0	1	1	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	1	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1	0
G	1	0	0	0	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	2	3	6	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	5	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
C	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
E	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
H	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
I	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
J	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
88

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1
F	0	1	0	1	1	0	0
G	1	0	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	1	1	0	0
F	1	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	1	0	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	1	1	6	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	5	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
D	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
F	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
I	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
J	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
89

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	1	1
F	1	0	0	1	1	0	1
G	1	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	4	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	3	2	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
C	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
D	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
F	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
G	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
I	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
90

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	0	1	1
B	1	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	1	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	6	1	1	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
C	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0
D	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
E	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
F	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
G	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
H	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
I	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
J	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
91

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	0	1	0	1	0
C	0	1	0	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	0	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	1	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0	0
H	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	1	5	2	5	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	1	6	4	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
D	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
E	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
F	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
G	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0
I	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
J	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
92

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	1	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathrm{D}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(\mathrm{D}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	1	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	1	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	1	6	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
H	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
I	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1
J	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
93

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$$\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	1	1	0	1	0
G	0	1	0	1	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
C	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
E	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0
H	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
I	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
J	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
94

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0	1
F	1	1	0	0	0	0	1
G	1	1	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	1	1
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	2	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1
C	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
E	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1
F	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
G	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
H	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1
I	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0
J	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
95

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(\mathsf{G}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(\mathsf{G}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	2	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
F	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
G	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
H	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
I	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
J	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
96

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	1	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	6	2	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	5	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
C	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
D	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
F	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
G	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
H	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0
I	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
J	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
97

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	0
B	1	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	1	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0	0	1
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
D	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1
H	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
98

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0
E	1	1	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	1	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	3	5	5	1	2
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	3	2	6	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
D	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0
E	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
F	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
G	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
H	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0
I	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
J	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^{1}										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
99

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	0	0	1	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	1	0
C	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	1	1	1	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	5	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	6	1	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
G	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
H	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
I	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
J	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
100

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	0	0
B	1	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	1	1
E	0	0	1	0	0	0	1
F	1	0	1	1	0	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	1	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	1
H	1	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	4	6	2	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	5	5	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
D	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
E	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
F	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
I	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
J	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 101

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	1	0
B	1	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	1	1	0
E	1	0	0	1	0	0	0
F	0	1	0	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	1	0	1	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	2	4	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
E	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
G	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
H	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0
I	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
J	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
102

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1
D	1	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	1	1
B	0	1	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1	0
G	1	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	3	5	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	6	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
C	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
E	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
G	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
H	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
I	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
J	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 103

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	0
D	0	1	1	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0	1	0
F	1	0	1	0	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	1	0	1	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	5	1	3	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	6	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1
B	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
D	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
E	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
F	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
H	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
I	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
J	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 104

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	1	0	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	1	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	2	1	1	3	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	1	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
D	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
I	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
J	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 105

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	1	0
C	1	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(\mathsf{D}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(\mathsf{D}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	1	1	1	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	2	6	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
D	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
E	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
I	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
J	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
106

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	1
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	1	1	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	6	4	1	3	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	5	2	1	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
B	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
C	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1
D	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
H	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
107

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	1
B	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	0	1
F	1	0	0	1	1	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	1	1
B	0	1	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	1	0	1	0	1	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	6	4	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	3	5	2	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
B	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
D	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
E	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0
I	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
J	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
108

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	1	0	0	1	1
F	0	0	1	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	1	6	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	1	5	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0
B	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1
D	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
E	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
I	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
J	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
109

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	1	1
C	0	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	0
F	1	1	1	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$$\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad\qquad \Big\}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	0	0	1	1	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1
C	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
D	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
E	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
F	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
G	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
H	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
I	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
J	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 110

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	0
B	1	0	1	0	1	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0
D	1	1	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	1	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	1	1	0	0
F	1	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	2	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	4	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
C	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
D	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
E	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
F	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
G	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
H	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
I	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
J	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 111

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	1
D	1	1	1	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	6	1	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	5	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
B	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0
E	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
H	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
I	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
J	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
112

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	1	0
E	1	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G,\mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	1	0	1	0	1
E	0	0	1	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad ,\mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	4	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	2	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0
C	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
D	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
I	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
J	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 113

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	1	1
C	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0
G	0	1	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\}}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	1	1	1
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\boxed{\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\boxed{\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\boxed{\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	3	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
F	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
G	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
I	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
114

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	0	0	0	1	1	1	0
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	1	6	2	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	1	5	5	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
B	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
E	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1
I	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
J	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
115

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0
D	1	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	1
G	1	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	1	1	4	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
I	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
J	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
116

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	1	1	0	1	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	1
G	0	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	2	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
B	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
I	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
J	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
117

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	1
C	1	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	0	1	1	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0
G	1	0	1	1	0	0	0	0
H	0	0	1	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	3	6	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
C	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
D	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0
E	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
F	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
118

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	1
B	1	0	1	1	1	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0
D	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	0	0
B	0	1	0	0	1	1	0	1
C	0	0	1	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	3	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	3	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
B	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0
D	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
F	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1
G	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
H	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0
I	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
J	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 119

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	0	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	1	1	1	0	1
G	1	1	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	1	1
D	0	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	0	1	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	3	2	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	1	3	4	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
D	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
H	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
I	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
J	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
120

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	1	1	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	1	1	1	0	0	1	1
F	0	0	1	0	1	0	1
G	0	0	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	1	1	1	0	1	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	5	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	1	6	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
B	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
C	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
F	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
H	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
I	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
121

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	1	1
D	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	1	1
D	0	1	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	1	1	0	0	0
H	0	1	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	6	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
C	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
D	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
H	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
I	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
J	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
122

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	1	0	1
E	0	0	1	0	0	1	1
F	1	1	1	1	0	0	0
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	1	1	1	0	0	0
E	0	1	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	1	1
H	0	0	0	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	4	1	3	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
D	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
F	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
G	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
H	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
I	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
J	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
123

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	1	0	1	0	1	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$CCF(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	1	5	5	2	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	1	6	2	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
H	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
J	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
124

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	0
B	1	0	1	1	1	1	0
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	1	1	1
E	0	1	0	0	0	1	1
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	2	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	4	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
B	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
C	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
E	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
F	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
G	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
H	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
I	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
J	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 125

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	1	1	1
C	0	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	1	1	1	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	2	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
B	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
C	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
D	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
F	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
G	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
I	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
J	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
126

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	1	1	0	0	1	0	1	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	1	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	1	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
G	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
H	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
I	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
J	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
127

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	1	1	0
E	1	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	1
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	0	0	0	1
E	0	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	1
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	2	6	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	5	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
D	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
H	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
I	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
J	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages 128

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	0	1	1
E	1	0	0	0	0	0	1
F	1	0	1	1	0	0	0
G	1	0	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	6	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
B	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
H	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
I	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
J	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
129

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0
C	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	1	0	0	1
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0
H	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	1	1	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
F	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
G	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
H	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
J	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 130

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	1	1	0	0	1
F	0	1	1	0	0	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	0
B	0	0	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	2	1	6	4	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	5	1	5	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
B	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
D	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
E	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
F	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
G	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
H	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
I	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
J	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
131

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathsf{E}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(\mathsf{E}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	1	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	6	2	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
B	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
D	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
G	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
H	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
I	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
J	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 132

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	1	1
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	1	0	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	1	6	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	1	5	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
B	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
F	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
H	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
I	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
J	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
133

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	1	1	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0
E	0	1	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(\mathsf{G}, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	1	0	1	1
E	0	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	2	1	3	6	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
D	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
G	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
I	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
J	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
134

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	1	0	1
E	0	0	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	5	2	1	5	3	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	4	1	6	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
B	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
F	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
J	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
135

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	1	1	1	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	1	1
E	0	1	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	6	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
E	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
H	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
I	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
J	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
136

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	0
B	1	0	1	1	0	0	0
C	1	1	0	1	0	0	1
D	0	1	1	0	1	1	1
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	1
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0	0	0
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	3	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
D	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
E	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
F	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
H	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
I	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0
J	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 137

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	0	1	1
C	1	0	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1
E	0	1	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	0	1	0	1	0
G	1	1	0	0	1	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathsf{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	1	6	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
B	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1
D	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
E	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
H	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
I	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
J	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
138

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	1	0	0
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(\mathrm{D}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(\mathrm{D}, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	1	0
B	0	1	0	0	1	0	1	0
C	0	1	0	1	0	0	1	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	1	2	5	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	1	4	6	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
B	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
H	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1
I	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0
J	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 139

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	2	5	1	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	4	2	1	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
B	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0
C	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
D	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
F	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
G	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
H	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
I	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
J	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
140

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	0	1	0	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1
D	1	1	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	1	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	1	1
G	0	0	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathsf{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	1	4	2	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
B	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
E	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
I	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
J	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages 141

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1	1	1
D	1	0	0	0	0	1	0
E	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	1	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	1	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
B	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
C	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
E	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1
F	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
G	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
H	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
J	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^{1}										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
142

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	1	1	1	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	1	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	6	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
B	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
C	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
D	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
E	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
F	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
H	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
I	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
J	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
143

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	0	1	0	1
D	0	1	1	0	0	1	0	0
E	0	1	1	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	1	0	0	0	0
H	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \quad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	6	4	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	5	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
G	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
H	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0
I	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
J	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
144

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	1	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	1	0	1	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
E	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
H	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
I	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
145

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	1	0	0
D	1	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\text{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	6	1	3	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
C	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
D	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
H	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
J	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poignée de main est toujours réciproque). 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
146

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	2	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	4	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
B	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
C	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
F	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1
G	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
I	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
J	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel animal se bat avec quel annimal. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
147

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	1	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	0
C	1	0	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	1	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	6	1	4	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	5	1	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
C	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
D	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
E	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
H	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
I	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0
J	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
148

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	1	1	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0	1	0
C	0	0	1	1	0	0	0	0
D	1	0	1	0	0	1	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	1	0	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								
Γ^-								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \{ \qquad \}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	3	1	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	3	1	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
B	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
C	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
G	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
H	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
I	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1
J	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
149

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	1	0	0	0	1
C	1	1	0	0	1	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	1	1	1	0	1	0
C	0	0	1	1	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	1	5	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	4	1	2	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
C	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
E	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0
F	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
H	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
I	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
J	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
150

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	1	0	1	0	1	1
D	1	1	0	0	1	1	1
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1
G	1	1	1	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							
Γ^{-4}							

$\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	1	1	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								
Γ^{-}								

$\mathrm{CCF}(\quad , \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	6	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
B	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
F	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
H	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1										

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 1

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	0	1
B	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0	1
G	1	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}	X					X	
Γ^{+2}			X	X	X		X
Γ^{+3}	X	X				X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	1	0	0	0	1
G	0	0	1	1	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X						
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}			X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

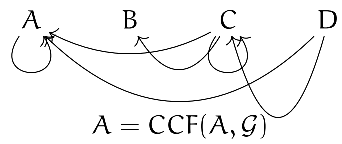
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}				X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D, E, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	5	5	3	2	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	2	6	3	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B		1	1	1	1	
C		1	1	1	1	
D	0	0	1	1	1	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	1	1	1	1	1	0
D	0	0	1	1	1	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	1	1	1	1	1	0
C	0	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	1	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
B	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
H	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
I	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
J	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	6	5	4	4	1	7	6	1	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 2

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	0	1
B	0	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	1
F	0	1	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}	X	X			X		
Γ^{+2}		X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	1
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	1	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, G\right\}}$$

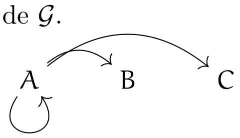
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	1	1	4	6	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	1	1	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B		0	0	0		0
C		0	0	0		0
D	1	0	0	1	1	1
E	1	1	1	1	1	1
F	1	0	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	1
E	1	1	1	1	1	1
F	1	0	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	1	1
E	1	1	1	1	1	1
F	1	0	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
B	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
G	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0
H	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
I	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1
J	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	3	4	6	5	5	6	2	6	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 3

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}		X					
Γ^{+2}	X						X
Γ^{+3}		X					
Γ^{+4}	X						X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	1	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	1	0	0	1	0	1	0	1
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X		X	X	X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	

$$\boxed{\text{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, F, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\text{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

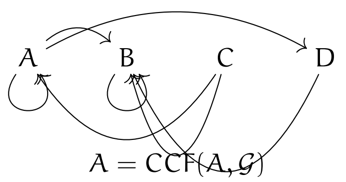
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}					X			

$$\boxed{\text{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\text{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \text{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \text{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$C = \text{CCF}(E, \mathcal{G})$$

$$D = \text{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	1	3	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	1	4	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1		1		1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0
F	1		1		1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0
F	1	1	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0
F	1	0	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
C	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
D	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
E	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
G	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0
H	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
I	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
J	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	5	5	4	4	6	6	4	4	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 4

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

$$\begin{array}{c|ccccccc}
 & A & B & C & D & E & F & G \\
\hline
A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
B & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
C & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
D & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
F & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
G & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}$$

Déterminer $\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}		X					
Γ^{+1}			X			X	X
Γ^{+2}		X	X		X	X	X
Γ^{+3}		X	X		X	X	X
Γ^{+4}		X	X		X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

$$\begin{array}{c|cccccccc}
 & A & B & C & D & E & F & G & H \\
\hline
A & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
B & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
D & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
E & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
F & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
G & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
H & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X		X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, D, E, F, G\Big\}}$$

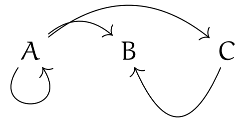
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					X
Γ^-	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	1	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	1	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	1	1	1	1
C	0		0	0	0	
D	0		0	0	0	
E	1	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	1	1	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
C	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
E	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
F	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
G	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
H	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
I	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
J	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	6	2	6	6	4	5	4	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 5

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0
D	1	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	1	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}	X		X				
Γ^{+2}		X	X	X			
Γ^{+3}	X	X	X	X			X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	1	0	1	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	X
Γ^-	X	X		X		X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, bend left] \arrow[loop below] & B & C \end{tikzcd}$$

où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1		1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1		1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
C	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
E	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1
H	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
I	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
J	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	6	4	3	6	2	6	5	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 6

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	1	1	1	1	0
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	1
F	0	1	1	0	0	0	0
G	1	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}		X	X				
Γ^{+2}			X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

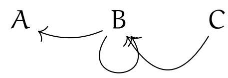
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, F, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	2	1	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	4	1	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1		1	
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1		1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	1	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	0	1	1
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
C	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
H	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
I	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
J	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	3	7	4	3	4	4	5	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 7

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	0	1
D	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}	X		X				
Γ^{+2}	X		X	X		X	X
Γ^{+3}	X		X	X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	1	0	0	1	0
E	0	1	1	0	1	0	0	1
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X			X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, G, H\right\}}$$

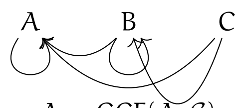
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X		X	X
Γ^-					X	X		

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-						X		

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(E, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	6	4	1	3	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	1		1	1	
F	1	0	0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	1	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	1	1	1	1	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
B	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
E	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
H	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0
I	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
J	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	4	5	4	6	2	6	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 15 (= 17-2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 8

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0
E	1	0	0	0	0	1	1
F	0	0	0	1	1	0	1
G	1	1	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}							X
Γ^{-2}	X	X	X		X	X	
Γ^{-3}	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	1	1	0
C	1	0	1	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X		X	X
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, E, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

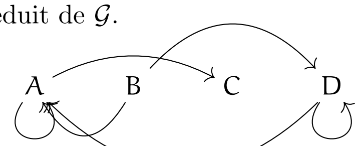
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X				X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	6	3	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	5	3	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	1	0	1	1	0	0
E		0		0	0	0
F		0		0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	1	0	1	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	1	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
B	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1
C	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
D	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
G	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
H	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1
I	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
J	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	6	6	7	4	4	3	6	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 9

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	1	0
B	1	0	0	0	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	1	1	0	1	1
F	1	1	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}			X		X		X
Γ^{-2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X		X	X
Γ^{-}	X	X		X	X		X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, D, E, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

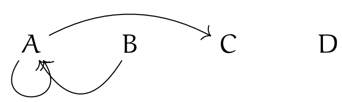
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	6	2	1	1	3	4
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	5	1	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C			0	0	0	0
D			0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
B	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
C	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
D	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
F	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
G	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
H	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
J	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	4	3	5	9	8	7	3	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 10

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	1	1
F	1	0	0	0	0	0	1
G	1	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}							X
Γ^{+2}	X	X			X	X	
Γ^{+3}	X		X	X		X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	0	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	0	0	1	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X				X	X	X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, E, F, G\Big\}}$$

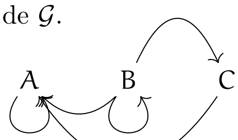
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X	X	X				

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, D\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X				X	X	X	X
Γ^{-}		X	X	X				X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	2	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	6	4	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C		1	1	1		1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F		1	1	1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	0	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	0	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	0	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
B	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
D	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
F	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
G	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
J	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	4	6	5	7	6	4	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 11

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	1	0	1
D	1	1	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1
G	1	0	1	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}	X						X
Γ^{-2}			X	X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	1	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X		X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

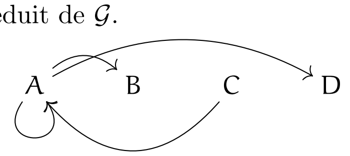
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{red}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	6	4	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	2	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0	0	
B	0	1	1	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0	0		0	0	
F	0	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	1	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	0	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
C	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
F	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
H	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	3	3	5	5	6	8	4	7

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 12

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	1
B	0	0	1	0	1	1	0
C	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	0	0	1	1	0
E	0	1	1	1	0	0	0
F	1	0	1	1	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X						
Γ^{-2}			X	X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	0	1
H	0	0	1	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

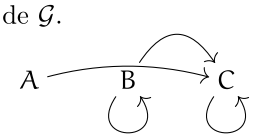
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C, D, E, F, G, H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	1	5	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	4	1	6	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1		1		1	1
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1		1		1	1
F	0	0	1	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	1
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	0	1	1
F	0	0	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
C	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
D	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0
E	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
H	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
I	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
J	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	5	5	6	6	1	4	5	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 13

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}				X	X		X
Γ^{+2}	X		X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X		X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0
E	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

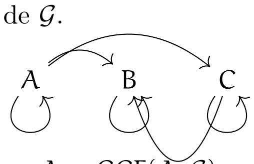
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		X
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(F, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	2	3	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	4	3	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B		1	1	1		1
C	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F		1	1	1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	1	1	1	1
C	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	1	1	1	1	0	1
C	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
I	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
J	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	5	5	5	5	5	3	5	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 14

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}		X					
Γ^{+1}			X		X		
Γ^{+2}		X					X
Γ^{+3}		X	X		X		

$$\boxed{\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, E\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	1
G	0	0	1	0	0	1	1	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X				X			
Γ^{-}	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

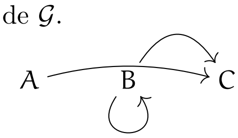
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	2	6	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	1	1	1	1		
D	1	1	1	1		
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	1	1	1	1	1	0
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	1	1	1	1	0	1
D	1	1	1	1	1	0
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
D	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
E	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
F	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
G	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
I	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
J	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	3	4	8	6	6	6	4	7	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 15

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	1	0
B	1	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0
D	1	0	1	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}		X					
Γ^{+1}	X				X		
Γ^{+2}		X	X	X		X	
Γ^{+3}	X		X	X	X		X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X		X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, F\right\}}$$

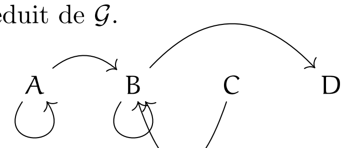
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	4	1	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	2	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0		0	0		0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	1
D	0		0	0		0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	1
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
D	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
E	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
G	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
H	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
I	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
J	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	2	3	5	3	5	2	5	7	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 16

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	1	0
B	1	0	0	1	1	1	0
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}			X				
Γ^{-1}				X		X	
Γ^{-2}	X	X	X			X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	1	0	0
C	0	1	1	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	1	1	0	0
F	0	1	0	1	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X		
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X		
Γ^-			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

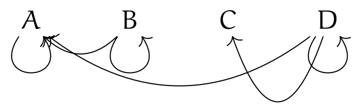
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-							X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	6	2	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	5	5	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	0
B	0	0	0			0
C	0	0	0			0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	0
F	1	0	0	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	0
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	0
F	1	0	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	0
F	1	0	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
C	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
D	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
E	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
F	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
H	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
I	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
J	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	5	5	3	5	4	5	3	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 17

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	1
B	0	0	0	1	1	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1
F	1	0	0	1	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}			X				
Γ^{-1}	X						
Γ^{-2}			X			X	
Γ^{-3}	X				X		

$$\boxed{\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, E\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	1	1	0	0
H	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	X
Γ^-	X		X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, E, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X						
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, bend left] \arrow[loop below] & B \arrow[loop below] & C \end{tikzcd}$$

où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	2	6	4	1	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	5	5	2	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0			0	0	0
B	0	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0			0	0	0
F	0	1	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0	0	1	0	0	0
F	0	1	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
C	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
G	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
I	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
J	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	6	4	5	5	5	7	7	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 18

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}		X				X	
Γ^{+2}	X				X		X
Γ^{+3}		X	X	X		X	
Γ^{+4}	X				X		X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	0	1	1
F	0	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	1	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X							
Γ^{-}	X		X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

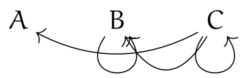
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X					X	
Γ^{-}		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C, D, E, F, H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	4	1	2	6	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	5	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	0
B	1	1	0	1	1	0
C	0	0	0			0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0			0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	0
B	1	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	0
B	1	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
D	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
F	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
G	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
I	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1
J	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	4	5	6	4	6	6	8	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 19

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	1	1
E	0	1	1	0	0	0	1
F	1	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}		X			X		
Γ^{+2}		X	X		X		X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	0	1	1	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	1	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X			X	X	X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, E, F, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	
Γ^-			X					X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

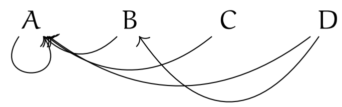
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	
Γ^-				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	3	5	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	3	2	6	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	1
D			1	1	1	1
E			1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	1
D	1	0	1	1	1	1
E	0	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	1
D	0	1	1	1	1	1
E	1	0	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
B	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
G	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
I	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
J	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	4	4	3	2	3	5	4	4	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 20

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}	X		X	X		X	
Γ^{-2}		X	X	X	X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X		X		X	X
Γ^-	X	X		X		X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X		X		X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, D, F\Big\}}$$

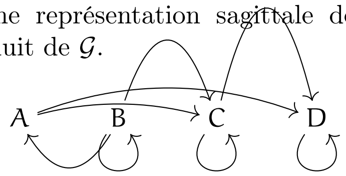
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X		X		X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C, E, G\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	5	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	4	1	6	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1		1	1	
E	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
D	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
E	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
F	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
G	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
J	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	2	5	5	6	4	3	2	3	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 21

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	1
B	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	1	1	0
E	0	1	0	0	0	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0
G	0	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}	X				X	X	
Γ^{+2}	X	X		X		X	X
Γ^{+3}	X	X		X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	1	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1	0	0
D	1	0	0	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	1	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X		
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X		
Γ^-		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

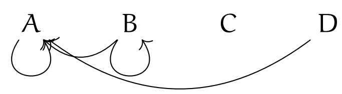
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X		X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	1	3	5	1	5
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	4	1	3	2	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1		1	1		1
E	0	0	0	0	0	1
F	1		1	1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1	0	1	1	1	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	0	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
D	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
E	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
F	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
G	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
H	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
I	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
J	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	7	3	6	6	4	6	6	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 22

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	1	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	1	0	0	1	0
F	0	1	1	0	1	0	1
G	1	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}				X	X		X
Γ^{-2}	X	X		X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	1	1	0	1
F	0	0	1	0	0	0	1	1
G	0	1	0	0	1	1	1	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X				
Γ^{-}	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X		X				
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

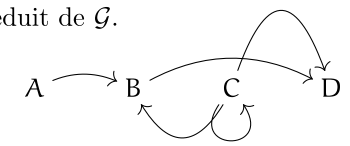
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C, E, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	2	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	4	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1	1	1		1
C		1	1	1		1
D	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	0	1
C	0	1	1	1	1	1
D	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	1	1	1	1	0	1
D	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
D	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
G	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
I	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
J	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	7	8	5	3	6	5	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 23

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1	1	0
D	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}				X		X	
Γ^{-2}		X	X	X			
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	1	0	0	1	0
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X			X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

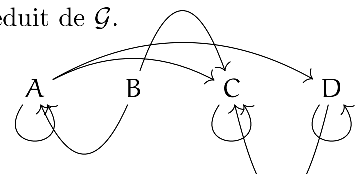
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X	X		X		X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C, D, F, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X	X		X	X	X
Γ^{-}	X	X			X		X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	4	3	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	2	3	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E			0	0	0	0
F			0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
I	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	5	5	4	4	4	3	2	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 24

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}		X					
Γ^{+2}					X		X
Γ^{+3}		X			X	X	

$$\boxed{\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G}) = \left\{B, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	0	1	0
D	0	0	1	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	1	0	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\text{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, F, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^{-}		X						X

$$\boxed{\text{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

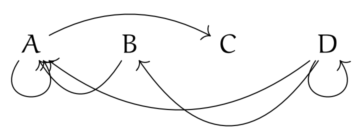
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\text{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}								X

$$\boxed{\text{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \text{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \text{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \text{CCF}(E, \mathcal{G})$$

$$D = \text{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	1	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	1	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1			1	1
B	1	1	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	1			1	1
F	1	0	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	1	1	0	1	1
F	1	0	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	1
B	1	1	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	1	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
D	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
F	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
G	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
H	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
I	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
J	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	3	5	5	4	5	5	3	6	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 25

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	1	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X			X	X	X	
Γ^{-2}	X	X	X	X	X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	1	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

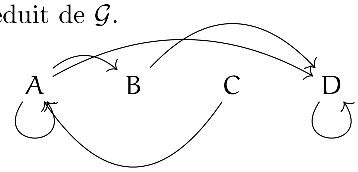
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	1	3	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	2	1	1	3	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1			1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	1	1
F	1	1			1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	0	1	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	1	1
F	1	1	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	1	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
B	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
E	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
F	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
H	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
I	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
J	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	5	7	3	3	5	5	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 26

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	0	1	1	0	0	0	0
F	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}		X	X	X		X	
Γ^{+2}	X		X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	1	0	1
H	0	0	1	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X			X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, D, E, F, G, H\Big\}}$$

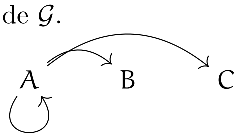
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	3	2	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	1	3	4	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1		1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F		1		1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	1	1	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
C	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
F	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
I	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0
J	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	4	6	6	6	7	3	5	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 27

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	1
B	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0
E	0	1	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}	X		X	X	X		
Γ^{+2}	X	X	X			X	X
Γ^{+3}	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	0	1	0	0
D	1	0	0	0	1	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0	1
F	1	1	0	0	1	0	0	0
G	1	1	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X		X
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, E, F, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

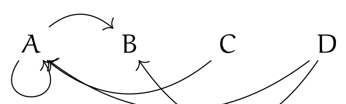
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}				X				

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	5	1	3	5	2
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	6	1	3	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1		1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	0	1
E		1		1	1	1
F	0	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	0	1
E	0	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	0	1
E	1	1	0	1	1	1
F	0	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
C	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
F	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
I	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1
J	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	8	5	2	4	6	5	4	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 28

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	1
B	0	0	1	1	1	1	0
C	1	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}	X	X				X	
Γ^{+2}	X		X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X		X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	1	0	0	1
D	0	1	0	0	1	0	1	1
E	0	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	0	1	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

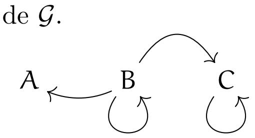
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, D, F, G, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	6	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	5	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0		0		0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0		0		0	0
F	1	1	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
C	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
F	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
G	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
H	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
I	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0
J	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	4	5	3	4	6	4	5	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 29

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	1
C	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}			X		X		X
Γ^{-2}		X		X	X	X	X
Γ^{-3}		X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	1	0
C	1	0	0	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X			X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, G\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-					X			X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

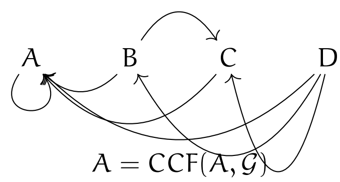
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	
Γ^-					X	X		X

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \Big\{F\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(E, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0			0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0			0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
B	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
D	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
F	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
G	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0
H	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
I	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
J	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	4	7	6	5	6	3	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 30

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X		X	X		X	
Γ^{-2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	0	0
H	1	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, G, H\right\}}$$

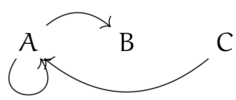
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	6	2	3	4	1	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	5	3	2	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	0	0	0
D	1	1	1	1	0	0
E			0	0	0	0
F			0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	0	0	0
D	1	1	1	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	0	0	0
D	1	1	1	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1
B	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
C	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
D	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
G	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1
H	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
J	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	6	6	4	3	5	5	4	3	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 15 (= 17-2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 31

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	1	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}				X			
Γ^{+2}						X	X
Γ^{+3}	X			X			

$$\boxed{\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, D\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	1
C	0	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	1	0
F	0	1	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0	1
H	1	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X			X				
Γ^-	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, D\right\}}$$

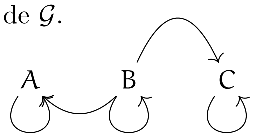
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X			X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, E, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-		X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	2	4	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	5	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0			0	0
B	0	0			0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
C	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
H	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
I	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
J	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	6	3	2	2	4	5	3	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 32

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	1
B	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	1
G	1	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X					X	
Γ^{-2}	X		X	X			X
Γ^{-3}	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, D, E, F, G, H\right\}}$$

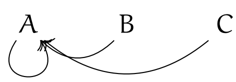
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	1	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	6	1	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	0
C	1	1	1			1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1			1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	0
C	1	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
B	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
C	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
D	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
F	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1
G	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
H	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	6	6	5	5	7	6	4	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 33

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	0
B	1	0	1	1	0	0	1
C	0	1	0	1	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}			X				X
Γ^{+2}		X		X	X	X	
Γ^{+3}	X	X	X	X			X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	1	0	1
B	0	0	1	0	1	0	0	1
C	0	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	1	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X		X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, H\right\}}$$

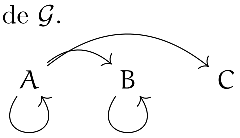
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	3	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	3	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1		1
B	1	1		1		1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	1
B	1	1	0	1	1	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	1	1	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
D	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0
E	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
F	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
G	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
H	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
J	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	3	5	7	6	5	5	3	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 34

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	1	1	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	1	1	0
E	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}	X			X			X
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	1	0
H	0	1	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X		X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, G, H\right\}}$$

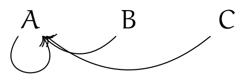
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\textbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	2	6	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0			0	0
F	0	0			0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
D	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
F	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
G	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
H	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
I	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
J	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\textbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	5	3	3	5	4	5	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 35

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	1
C	1	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X	X		X	X		
Γ^{-2}	X	X	X	X	X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	0	1	0	1	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, G\right\}}$$

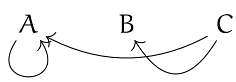
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-				X				X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	3	4	1	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	3	2	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	1
C	1	1	1	0	0	1
D		0	0	0	0	
E		0	0	0	0	
F	1	0	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	1
C	1	1	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	1
C	1	1	1	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
B	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
C	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
D	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
H	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
J	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	6	4	5	5	3	5	4	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 36

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}							X
Γ^{-2}		X		X	X	X	
Γ^{-3}		X	X	X	X		X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X			X	X	X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, E, F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	
Γ^{-}			X	X				X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

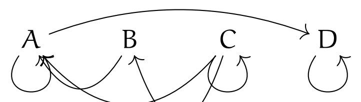
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}				X				X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	4	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	2	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C			0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	1
E			0	0	0	0
F	1	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	1
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
D	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
G	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
I	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
J	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	2	3	4	5	4	2	3	6	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 37

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}		X					X
Γ^{+2}		X		X	X		
Γ^{+3}	X	X		X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	0	1	1	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	0	0
H	1	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-	X		X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, F, G, H\right\}}$$

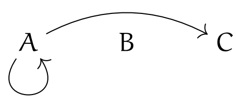
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X						
Γ^-		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathrm{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	3	6	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	3	5	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0		0	0		0
B	0	1	0	0	1	0
C	0		0	0		0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
C	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
D	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
E	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1
G	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
I	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0
J	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	4	8	4	4	6	2	5	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 38

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	1	1	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}		X			X		
Γ^{-2}				X			X
Γ^{-3}		X			X		

$$\boxed{\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \left\{B, E\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	0	1
F	1	0	1	1	0	0	0	1
G	1	1	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X				X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, E, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X		X				
Γ^{-}	X	X			X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

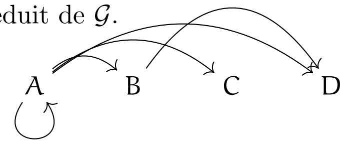
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X		X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	4	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	3	2	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0		0	0	0	
B	0	1	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0		0	0	0	
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	1
D	0	1	1	1	0	1
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
E	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
G	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
I	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
J	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	2	5	4	3	3	3	3	6	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 39

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	0	1	1
F	0	0	1	0	1	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(\mathsf{E}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}	X			X		X	X
Γ^{+2}	X	X	X	X	X		X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(\mathsf{E}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{G}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	0	1	0	1	0
G	0	1	1	0	1	0	0	0
H	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X				
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{G}, \mathsf{H}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{D}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{D}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

$$\begin{tikzcd} \mathsf{A} \arrow[rr, bend left] & \mathsf{B} \arrow[l, bend left] \arrow[loop below] & \mathsf{C} \end{tikzcd}$$

où

$$\mathsf{A} = \mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{B} = \mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{C} = \mathsf{CCF}(\mathsf{D}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	2	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	1	4	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1		1	1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	0	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
E	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
F	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
G	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
H	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
I	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
J	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	5	3	4	5	7	7	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 40

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	1
C	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}	X						
Γ^{+2}			X		X		
Γ^{+3}	X	X				X	
Γ^{+4}		X	X		X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

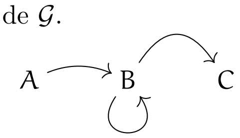
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, D, E, F, G, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	4	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	2	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0		0	0		0
D	1	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0		0	0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	0	0	0	1	0
D	1	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
F	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
G	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
H	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0
I	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
J	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	3	5	4	6	6	5	6	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 41

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}		X		X			
Γ^{+2}	X		X	X			X
Γ^{+3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	1	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, G\right\}}$$

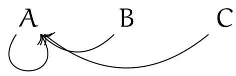
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-			X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	1	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	1	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	1	1
C		0	0	0	0	
D		0	0	0	0	
E	1	0	0	0	1	1
F	1	0	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	1	1
C	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	1	1
F	1	0	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	1	1
F	1	0	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
F	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
H	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
I	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
J	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	1	3	3	6	5	7	4	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 42

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	1	0
C	1	1	0	0	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}		X	X				
Γ^{-2}	X		X		X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	1	0	0	0	1
F	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, C, E, F, G, H\Big\}}$$

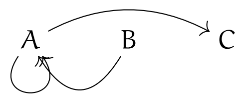
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \Big\{D\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	3	4	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	3	2	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	1	0
C	1	1	1	0	1	0
D		0	0	0		0
E	1	0	0	0	1	0
F		0	0	0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	1	0
C	1	1	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	1	0
C	1	1	1	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
B	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
C	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
E	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
G	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
H	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
I	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
J	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	4	4	4	2	5	6	4	5	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 43

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	1	0
C	1	1	0	1	0	1	0
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}		X					X
Γ^{+2}			X	X	X	X	
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	1	1
B	0	0	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	1	0	1	0	1	0	0
F	0	1	0	0	1	0	1	0
G	0	0	0	1	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

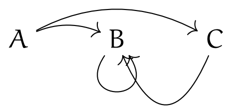
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X		X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, D, E, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X		X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	4	1	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	2	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	1	1	1	1
C	1	1	1	0	0	1
D	0		0	0	0	
E	0		0	0	0	
F	0	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	1	1	1	1
C	1	1	1	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	1	1	1	1
C	1	1	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
C	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
D	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
E	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
F	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
G	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
H	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1
I	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1
J	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	5	4	7	6	6	7	7	7	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 44

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	1	1
C	0	1	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	1	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}			X		X	X	
Γ^{-2}	X	X	X	X			X
Γ^{-3}		X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X		X	X
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, G, H\right\}}$$

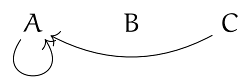
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	3	1	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	3	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	1	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D		0	0	0	0	
E		0	0	0	0	
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	1	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	1	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
E	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
F	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
G	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
H	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
J	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	3	3	5	5	6	4	5	6	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 45

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}		X			X		
Γ^{-2}	X	X	X		X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	1	0	1
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	1	1	1	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X							
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X						
Γ^{-}		X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

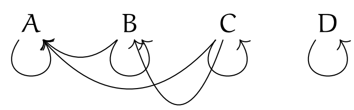
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	X
Γ^{-}			X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C, E, F, G, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}				X				

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \Big\{D\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	5	1	3	1	5
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	4	6	1	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1		1		1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1		1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	0	1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	0	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
B	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
E	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
I	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
J	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	3	0	2	4	1	5	3	3	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 46

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}					X		
Γ^{-2}	X					X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X		
Γ^{-4}	X			X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{A, D, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	1
C	0	0	1	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X					X
Γ^-	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X		X	X	X
Γ^-		X		X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, D, F, G\Big\}}$$

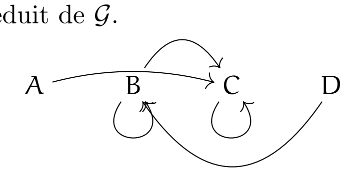
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-					X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	5	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	6	3	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1			1	1	1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1			1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	0	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1
E	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
H	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
I	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
J	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	2	4	5	4	2	4	2	3	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 47

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	1	1	1	0
D	1	1	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}						X	
Γ^{-2}	X		X				
Γ^{-3}			X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	0	1	1
G	0	0	0	1	1	1	0	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X			X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, F, G\right\}}$$

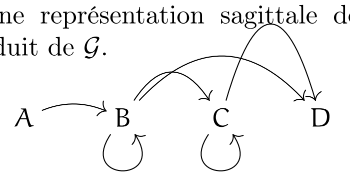
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X	X			X
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	6	1	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	5	1	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D		0		0	0	0
E		0		0	0	0
F	1	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	1	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
B	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
H	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
J	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	4	3	3	5	2	3	4	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 48

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	1	0	1	1	1
E	0	0	1	1	0	1	1
F	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}							X
Γ^{-2}			X	X	X	X	
Γ^{-3}	X		X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{G}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	1	0	1	0
F	1	0	1	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X		X		

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{F}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						X
Γ^{-}	X	X	X	X		X		

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}\right\}}$$

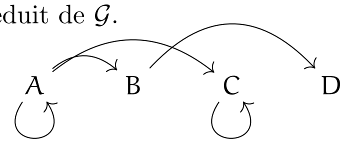
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X		X	
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{E}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{E}, \mathsf{G}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}	X	X	X	X		X		X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{H}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{H}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathsf{A} = \mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{B} = \mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{C} = \mathsf{CCF}(\mathsf{E}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{D} = \mathsf{CCF}(\mathsf{H}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	1	2	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	1	4	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	1
B	1	1			1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	1			1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	1
B	1	1	1	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	1
B	1	1	0	1	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	1	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
B	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
C	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
F	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
G	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
H	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
I	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
J	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	5	5	6	5	4	5	3	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 49

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}	X	X			X		
Γ^{+2}			X				X
Γ^{+3}	X	X		X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	1	0	1	0	0	0
B	0	1	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	1	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

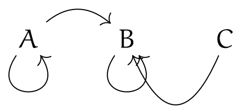
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X		X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, E, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	4	3	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	2	3	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E			0	0	0	0
F			0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
D	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
G	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1
I	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
J	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	2	5	4	7	5	2	6	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 50

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	0	0
B	1	0	1	1	0	0	0
C	0	1	0	1	0	0	1
D	1	0	1	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}			X				
Γ^{-1}		X		X	X		X
Γ^{-2}	X	X	X			X	
Γ^{-3}	X	X	X	X	X		X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0	1
G	0	0	1	0	0	0	0	1
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

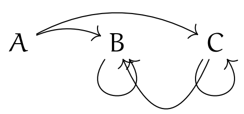
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X		X				X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, D, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X		X		X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C, E, F, G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	2	5	1	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	4	6	1	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	0	0
B	0	1	1	0	0	0
C	1	1	1			1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1			1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	0	0
B	0	1	1	0	0	0
C	1	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	0	0
B	0	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
D	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
F	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
G	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
J	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	2	4	4	5	6	6	2	4	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 51

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}		X					X
Γ^{+2}	X		X	X			
Γ^{+3}		X	X	X	X		X
Γ^{+4}	X		X	X	X		X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, C, D, E, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	1	1	1	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X		X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, C, D, F, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

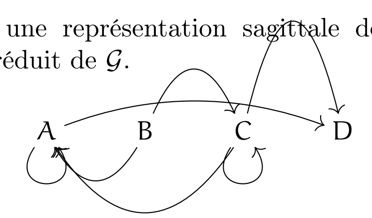
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-		X			X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \Big\{G\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	3	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	6	3	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B		1	1	1		1
C		1	1	1		1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	1	1	1	1	0	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	1	1	1	1	0	1
C	0	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
H	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
I	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
J	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	3	5	4	5	2	5	3	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 52

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	1	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}			X			X	
Γ^{-2}	X	X					X
Γ^{-3}			X		X	X	
Γ^{-4}	X	X					X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, G\Big\}}$$

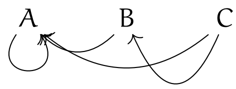
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^{-}						X		X

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \Big\{F\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(F, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	5	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	4	6	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1		1	1		1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1		1	1		1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	0	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
F	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
G	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
J	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	3	4	4	4	4	5	3	7

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 53

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	0	1	1	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}						X	
Γ^{+2}	X	X		X	X		X
Γ^{+3}			X	X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \left\{C, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	1	1	0	1	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X							
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

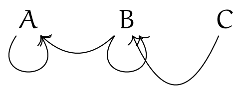
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^{-}		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, F, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}								X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	2	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	0	0
C		0	0		0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	1	0	1	1	0
F		0	0		0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	1	0	1	1	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
E	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
F	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
G	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
H	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
I	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
J	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	2	4	3	6	5	5	6	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 54

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	1	0	0
E	1	1	0	1	0	1	1
F	0	1	1	0	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}				X			
Γ^{+2}	X		X		X		
Γ^{+3}	X	X		X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, D, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	1	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	X
Γ^-	X			X	X	X		

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, D, E, F\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X					X	X
Γ^-	X	X		X	X	X		

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

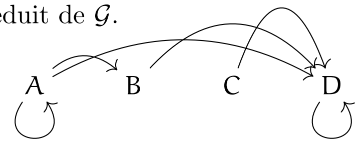
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X				X	X
Γ^-			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \Big\{G, H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	6	1	1	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	1	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	1	1	1	1	1	1
C	0		0	0	0	
D	0		0	0	0	
E	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	1	1	1	1	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
B	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
C	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
E	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
I	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
J	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	4	5	4	4	3	4	9	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 55

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	1
B	0	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	1	0
D	1	0	1	0	0	1	0
E	1	0	0	1	0	0	0
F	1	1	1	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X	X					
Γ^{-2}				X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	1	0	0	1	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X		X	X	X	X	X
Γ^{-}		X	X					

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

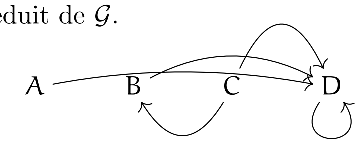
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D, E, F, G, H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	6	2	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0			0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	1	1	1	1	0
F	0	0			0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	1	1	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	1	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
C	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
E	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
G	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
H	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
J	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	4	6	3	4	3	3	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 56

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}			X		X		
Γ^{+2}	X			X		X	
Γ^{+3}		X	X		X		

$$\boxed{\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \left\{B, C, E\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	1	1	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

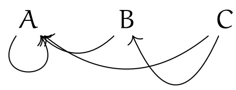
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-		X						X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	5	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	1	6	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1		1	1	
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
C	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
D	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
I	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	7	6	4	1	5	4	3	2	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 57

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1
D	0	1	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1
G	0	0	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}	X			X	X		X
Γ^{+2}		X	X		X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1	1
D	0	1	1	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, G\Big\}}$$

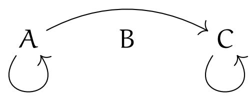
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		
Γ^{-}						X		

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \Big\{F\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(F, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	5	2	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	6	4	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1		1	1	1	
B	0	0	1	0	0	0
C	1		1	1	1	
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	0
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
F	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
H	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
I	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
J	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	3	4	1	4	6	5	5	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 58

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1
F	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}			X				X
Γ^{+2}	X	X		X	X		
Γ^{+3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	1	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	1	1
C	0	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	1	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	1	0	0	1	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X		X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, H\right\}}$$

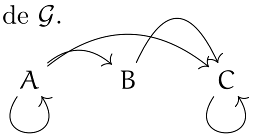
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X			X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	1	3	5	1	5
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	4	1	3	2	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1		1	1		1
E	0	0	0	0	0	1
F	1		1	1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1	0	1	1	1	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	0	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
C	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
J	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	8	4	4	2	5	2	2	5	4	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 59

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}	X	X					X
Γ^{-2}		X	X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	0	1	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1	1	0
G	0	0	0	1	1	1	1	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X			X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

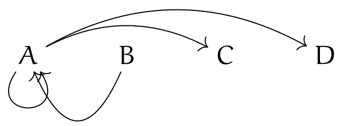
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	5	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	1	2	3	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1		1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D		1		1	1	1
E	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	1	1	1	1
E	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
B	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
C	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
E	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
G	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
H	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
I	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
J	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	7	4	4	6	2	4	4	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 60

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	0
B	1	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	1
E	1	0	1	1	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}			X				
Γ^{-1}	X	X			X		
Γ^{-2}	X	X	X	X	X		
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	0	0	0	1	1	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	0	1	0
H	0	1	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, H\right\}}$$

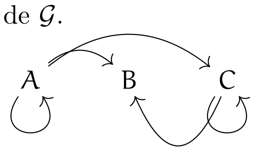
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X					X	
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	3	4	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B		0	0	0	0	
C		0	0	0	0	
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
B	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1
C	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
F	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
I	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
J	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	6	5	5	4	6	3	2	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 61

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	1	1
B	1	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0
D	1	1	1	0	1	0	1
E	0	1	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}		X		X		X	X
Γ^{-2}	X		X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	0	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X			X		X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, E, G\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X	X		X		X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C, F\Big\}}$$

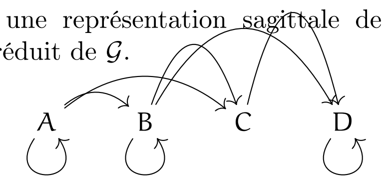
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \Big\{D\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	4	2	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D		1	1	1	1	
E		1	1	1	1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	1	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
C	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
G	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
H	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
I	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
J	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	4	4	4	2	2	6	2	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 62

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0
D	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	1
F	1	0	1	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}							X
Γ^{-2}		X			X	X	
Γ^{-3}			X	X			X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1	1	1
D	1	0	0	1	1	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X		X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, H\right\}}$$

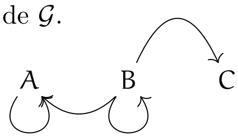
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}			X				X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0	0	
B	0	0		0	0	
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
D	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
E	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
G	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
H	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
I	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
J	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	3	6	7	3	4	4	4	8	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 63

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	0	0	0	1	1
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0
E	1	0	0	1	0	1	0
F	0	1	0	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}						X	
Γ^{+2}		X		X			
Γ^{+3}	X					X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	0	1	1	0
B	0	1	1	0	1	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, G\right\}}$$

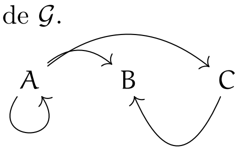
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	6	2	1	4	1	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	5	1	2	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C			0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	1
E			0	0	0	0
F	1	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	1
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
H	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
I	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	6	1	3	4	3	2	2	2	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 64

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	1
F	0	1	0	0	1	0	1
G	0	1	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \Big\{\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	1	0	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	0	1	1	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-	X			X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, D, E, F, G, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X						
Γ^-		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5

$$\begin{tikzcd} A \arrow[loop below] \arrow[rr, bend left] & B & C \end{tikzcd}$$

où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	5	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	1	2	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1		1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D		1		1	1	1
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	1	1	1	1
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
E	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
G	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
H	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
I	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
J	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	4	5	3	4	3	3	5	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 65

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	1
F	0	1	1	0	0	0	1
G	1	0	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(\mathsf{E}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}		X					X
Γ^{-2}			X	X	X	X	
Γ^{-3}	X	X	X			X	X
Γ^{-4}		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(\mathsf{E}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{G}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	1	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	0	1	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X		X	X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}, \mathsf{C}, \mathsf{E}, \mathsf{G}, \mathsf{H}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X		X	X
Γ^-		X						

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}\right\}}$$

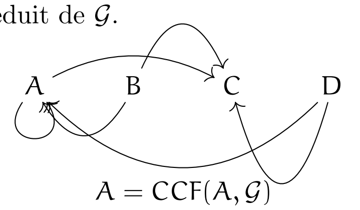
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{D}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{D}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-						X		

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{F}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{F}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathsf{A} = \mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{B} = \mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{C} = \mathsf{CCF}(\mathsf{D}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{D} = \mathsf{CCF}(\mathsf{F}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0	0	
B	0	0		0	0	
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
D	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
G	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
I	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
J	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	6	4	3	5	3	3	5	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 66

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	0	1
D	1	0	1	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}			X				
Γ^{-1}		X		X			X
Γ^{-2}	X	X	X		X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	1	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	1	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X			X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, H\right\}}$$

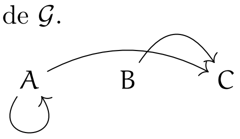
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X	X	
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	1	3	5	5	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	4	1	3	6	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1		1	1	1	
E	1		1	1	1	
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	0
E	1	0	1	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
B	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
E	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
I	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
J	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	3	5	6	3	5	3	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 67

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	1	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}						X	
Γ^{+2}				X	X		
Γ^{+3}						X	
Γ^{+4}				X	X		

$$\boxed{\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G}) = \left\{D, E\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	1	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	0	0	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X		X	X
Γ^-	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, G, H\right\}}$$

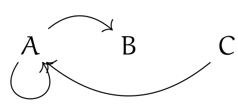
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X						
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-						X		

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	2	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	6	4	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B		1	1	1	1	
C		1	1	1	1	
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	1	1	1	1	1	0
C	0	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	1	1	1	1	1	0
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
C	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
D	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
F	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
G	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
H	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
I	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
J	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	4	4	6	7	5	5	4	2	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 68

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	0	1	1	0	1
C	1	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	1	0	0	0	0
F	0	1	0	1	1	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}		X				X	
Γ^{-2}			X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X		X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0	1
D	1	1	0	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, F, H\right\}}$$

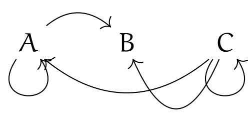
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(E, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	6	2	1	1	3	4
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	5	1	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C			0	0	0	0
D			0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
E	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
J	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	1	5	4	5	4	1	4	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 69

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}			X	X			X
Γ^{-2}		X	X	X		X	X
Γ^{-3}		X	X	X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	1	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, H\right\}}$$

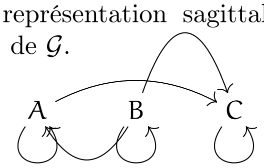
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	3	5	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	1	3	6	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	0
E	1			1	1	1
F	1			1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	0
E	1	0	1	1	1	1
F	1	1	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	0
E	1	1	0	1	1	1
F	1	0	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
C	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
D	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
E	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
G	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1
H	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
I	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
J	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	3	5	6	3	5	6	3	2	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 70

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	1
B	1	0	1	1	1	1	1
C	1	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	0	0	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}		X					
Γ^{-2}			X	X	X	X	
Γ^{-3}	X	X	X			X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	1	1	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	0
H	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, D, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

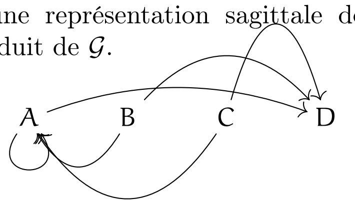
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	4	1	6	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D		1		1	1	1
E		1		1	1	1
F	0	1	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	1	1	1	1	1
F	0	1	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	0	1	1	1	1	1
E	1	1	0	1	1	1
F	0	1	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
D	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
E	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
F	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
H	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
I	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
J	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	4	6	5	5	4	3	4	7	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 71

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	1	1	1
D	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1
F	1	0	1	0	1	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}					X	X	
Γ^{-2}	X		X	X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-	X	X	X	X	X		X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

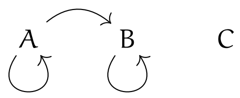
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+						X		
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(F, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	4	6	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	5	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0		0		0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0		0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
C	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
E	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
H	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
I	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	4	6	5	3	3	4	1	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 72

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	1	1
E	1	1	0	1	0	0	1
F	0	1	1	1	0	0	0
G	1	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}		X	X	X			
Γ^{+2}	X			X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X			X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, G, H\right\}}$$

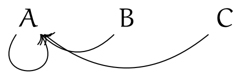
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}					X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X		X	X	X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	5	5	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	1	2	6	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1			1	1	1
E	1			1	1	1
F	1	0	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	0	1	1	1	1
E	1	1	0	1	1	1
F	1	0	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	1	0	1	1	1
E	1	0	1	1	1	1
F	1	0	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0
B	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
F	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
H	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
I	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
J	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	1	6	5	5	3	5	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 73

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	0
B	1	0	1	1	1	0	1
C	0	1	0	0	1	0	1
D	1	1	1	0	0	1	1
E	0	1	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}	X	X	X			X	X
Γ^{+2}	X	X	X	X	X		X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	0	0
E	1	0	0	0	1	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X		X	X
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, G, H\right\}}$$

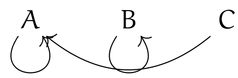
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}				X				

$$\boxed{\mathsf{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathsf{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathsf{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathsf{CCF}(D, \mathcal{G})$$
$$C = \mathsf{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	5	1	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	6	1	3	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1		1		1	1
B	0	0	1	0	0	0
C	1		1		1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	1
F	0	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	1
F	0	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	1
B	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	1
F	0	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
E	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
G	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
H	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
I	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
J	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	4	5	7	4	4	5	6	4	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 74

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}						X	
Γ^{-2}	X		X		X		X
Γ^{-3}		X	X	X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

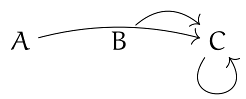
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C, D, E, F, G, H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	3	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0			0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0
E	0			0	0	0
F	0	1	1	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	0	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
G	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
H	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0
I	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
J	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	2	3	2	3	4	7	5	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 75

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	1	1
D	1	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	1	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}	X		X			X	
Γ^{+2}		X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	1	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	1	0	0	0	0
H	1	0	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X		X	X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

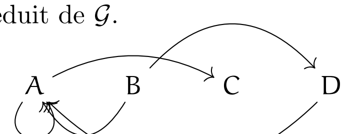
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X		X	X	X
Γ^{-}					X			X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{red}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(E, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	5	3	1	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	2	3	1	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	1	1	1		1	
C	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1		1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	1	1	1	1	1	0
C	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	0
B	1	1	1	0	1	1
C	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
B	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
C	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
E	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1
F	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
G	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1
H	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
I	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
J	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	5	5	5	4	5	6	3	7

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 76

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1
F	1	0	1	1	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}						X	
Γ^{+2}	X		X	X			
Γ^{+3}		X				X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \left\{B, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0	1
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X				X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, G\right\}}$$

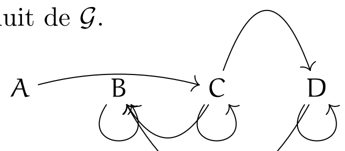
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X			X	X	X		

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D, E, F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X				X	X
Γ^-	X			X	X	X		X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	2	3	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	4	3	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1	1	1	1	
C	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0
E		1	1	1	1	
F	0	1	0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0
E	1	1	1	1	1	0
F	0	1	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	0
C	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0
E	0	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
B	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0
D	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
E	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
F	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
G	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
H	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
J	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	5	4	5	5	4	5	3	5	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 77

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}		X			X		
Γ^{-2}				X		X	
Γ^{-3}	X	X			X		X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	0
B	0	1	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, G\right\}}$$

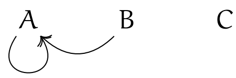
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^{-}				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	6	1	3	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	3	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C			0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E			0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
B	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1
C	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
G	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
I	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
J	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	5	5	3	6	4	4	4	6	7

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 78

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	1	0	1	0
D	0	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0	0
F	1	0	1	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}				X			
Γ^{+2}		X	X		X	X	X
Γ^{+3}	X		X	X		X	

$$\boxed{\Gamma^{+3}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	1	0	1
G	1	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

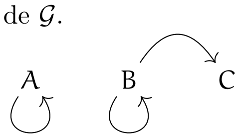
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}						X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	1	2	1	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	5	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	1
B	0	0		0		0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0		0		0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	1
B	0	0	1	0	0	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	1
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	1	0	0	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
B	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1
F	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
G	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
H	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
I	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
J	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	2	4	4	6	9	4	5	4	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 79

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	1	0	1	0
F	1	1	1	0	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(\mathrm{B}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}						X	X
Γ^{-2}	X	X	X	X	X		
Γ^{-3}	X			X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(\mathrm{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{A, B, C, D, E, F, G}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	1	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	1	0	1
E	1	0	1	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	1	0	1	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(\mathrm{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{A, D, E, F, G, H}\right\}}$$

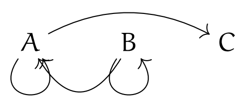
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(\mathrm{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{B}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(\mathrm{C}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{C}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathrm{A} = \mathrm{CCF}(\mathrm{A}, \mathcal{G})$$
$$\mathrm{B} = \mathrm{CCF}(\mathrm{B}, \mathcal{G})$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{CCF}(\mathrm{C}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	4	2	1	1	6	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	5	1	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	0	1	0	0	1	0
C	0		0	0		0
D	0		0	0		0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
C	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
I	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	3	5	5	2	1	6	8	5	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 80

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	0	0	0	1
F	0	0	1	1	1	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}		X					
Γ^{+1}	X				X		X
Γ^{+2}	X	X	X		X		X
Γ^{+3}	X	X	X		X		X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	0	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	1	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, F\right\}}$$

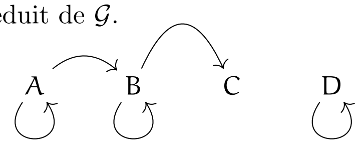
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-								X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	6	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0		0	
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0		0	
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	0	0	1
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
C	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
D	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
E	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
H	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
I	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
J	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	4	4	3	3	4	5	5	3	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 81

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}						X	
Γ^{-2}				X	X		X
Γ^{-3}	X	X		X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0
G	1	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, G\right\}}$$

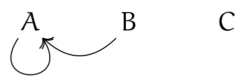
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^{-}				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	4	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0		0
B	0	0		0		0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	1	1
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	1	1
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	1	1
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
G	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
H	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
I	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
J	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	3	4	2	2	3	4	2	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 82

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	1	0
B	0	0	0	1	0	1	1
C	0	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	1	0
F	1	0	0	0	1	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}	X	X			X		
Γ^{-2}			X	X		X	X
Γ^{-3}	X	X			X		X
Γ^{-4}		X	X	X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							
Γ^-	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X		X	X	X
Γ^-		X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, D, F, G, H\right\}}$$

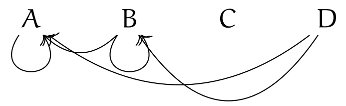
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	X
Γ^-					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	1	4	3	2	6
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	1	2	3	5	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0		
B	0	0	0	0		
C	0	0	1	1	1	1
D	0	0	0	1	1	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	1
C	0	0	1	1	1	1
D	0	0	0	1	1	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	1	1	1
D	0	0	0	1	1	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
H	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
I	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
J	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	3	3	2	4	3	5	4	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 83

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}			X	X		X	
Γ^{-2}	X	X			X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{-4}	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0	0	1
C	0	1	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X						X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X	X	X	X	X		

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, F\right\}}$$

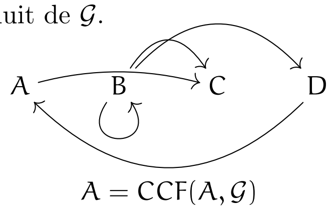
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X						X	X
Γ^-		X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0			0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0			0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
C	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
F	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
G	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
H	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0
I	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
J	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	4	6	4	5	7	7	6	3	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 84

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}						X	X
Γ^{-2}	X		X	X			
Γ^{-3}	X	X	X			X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X			X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	1	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	1	0
H	1	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X		X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, H\right\}}$$

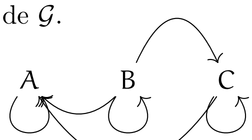
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}			X				X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	3	1	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	3	1	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	1	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D		0	0	0	0	
E		0	0	0	0	
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	1	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	1	1	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1
B	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
C	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
F	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
G	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
H	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
I	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
J	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	4	5	6	6	6	4	3	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 85

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	1	0	1	1
D	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}	X				X		
Γ^{+2}	X		X	X		X	
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	1
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X		X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

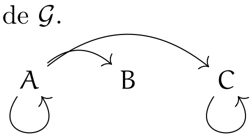
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X						
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	3	4	2	1	6
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	3	2	5	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0		0	
B	0	1	0	1	0	1
C	0	1	1	1	0	1
D	0	0	0	1	0	1
E	0	0	0		0	
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	1	0	1
C	0	1	1	1	0	1
D	0	0	0	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	1
C	0	1	1	1	0	1
D	0	0	0	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
B	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
D	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
E	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
G	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
I	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
J	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	4	6	5	2	4	1	2	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 86

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	1	0	1	1	0
C	0	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1
G	1	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}	X			X	X	X	
Γ^{+2}	X	X	X	X		X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X		X		X
Γ^-	X	X		X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, D, F, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-			X		X			

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

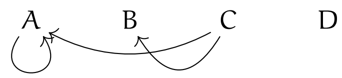
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X		X
Γ^-					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \Big\{G\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	5	2	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	1	1	2	4	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	1
B	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1
D	1			1	1	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1			1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	1
B	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	0	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	1	1
B	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1
D	1	0	1	1	1	1
E	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
E	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
G	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
H	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
J	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	2	4	2	4	6	3	6	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 87

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	0	0
B	1	0	1	0	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	0	1	1	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}			X				X
Γ^{+2}	X	X		X	X	X	
Γ^{+3}	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	1	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1	0
G	1	0	0	0	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X			X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, F, G, H\right\}}$$

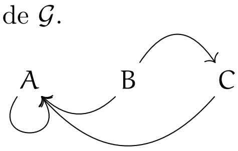
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	X
Γ^{-}				X	X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	2	3	6	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	5	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0		0
B	0	1	1	1	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	1	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0		0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	1	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	1	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	1	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
B	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
C	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
E	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
H	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
I	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
J	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	5	3	4	4	5	5	5	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 88

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1
F	0	1	0	1	1	0	0
G	1	0	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathrm{D}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}						X	X
Γ^{-2}		X	X	X	X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(\mathrm{D}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}, \mathrm{F}, \mathrm{G}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	0
E	0	0	0	0	1	1	0	0
F	1	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	1	0	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}	X			X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(\mathrm{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{A}, \mathrm{D}, \mathrm{E}, \mathrm{F}\right\}}$$

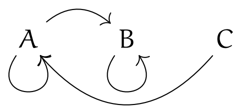
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X					X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(\mathrm{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{H}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(\mathrm{G}, \mathcal{G}) = \left\{\mathrm{G}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathrm{A} = \mathrm{CCF}(\mathrm{A}, \mathcal{G})$$
$$\mathrm{B} = \mathrm{CCF}(\mathrm{B}, \mathcal{G})$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{CCF}(\mathrm{G}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	1	1	6	3	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	5	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	1
B	0	0	0		0	
C	0	0	0		0	
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	1
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	1	1
B	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
D	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
F	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
I	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
J	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	4	3	6	3	3	4	1	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 89

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	1	1
F	1	0	0	1	1	0	1
G	1	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}				X		X	X
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

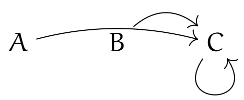
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C, D, E, F, G, H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	4	1	6
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	3	2	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B		0	0	0	0	
C	1	0	1	0	0	1
D	1	0	1	1	0	1
E		0	0	0	0	
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	1	0	0	1
D	1	0	1	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	0	1
D	1	0	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
C	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
D	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
F	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
G	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
I	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	7	3	5	4	6	3	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 90

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}			X				X
Γ^{+2}		X			X		
Γ^{+3}			X		X	X	X
Γ^{+4}		X	X		X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	0	1	1
B	1	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	1	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	X
Γ^-	X	X				X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, F, G, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-	X	X	X			X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

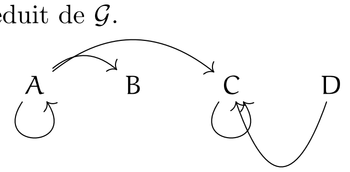
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \Big\{D\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X	X			
Γ^-					X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	1	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	6	1	1	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1			1	1
B	1	1			1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	1	0	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	1
B	1	1	0	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
B	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
C	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0
D	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
E	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
F	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
G	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
H	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
I	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
J	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	4	5	5	7	7	5	5	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 91

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	0	1	0	1	0
C	0	1	0	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	1	0
F	1	0	1	0	1	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}			X	X			X
Γ^{-2}	X	X		X	X	X	
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	1	0	1	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0	0
H	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X		X	X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, G, H\right\}}$$

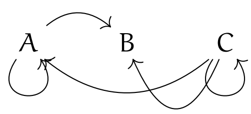
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	2	5	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	4	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C			1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E			1	1	1	1
F	0	0	1	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	1	1	1	1	1
F	0	0	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	0	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	1	0	1	1	1	1
F	0	0	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
D	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
E	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
F	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
G	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0
I	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
J	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	2	5	4	5	5	4	5	6	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 92

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	1	0	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathsf{D}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}		X					X
Γ^{-2}				X	X	X	
Γ^{-3}		X	X				X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(\mathsf{D}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{G}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	1	0	1
E	0	1	1	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X		X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X		X		X	X	X
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}, \mathsf{D}, \mathsf{F}, \mathsf{G}, \mathsf{H}\right\}}$$

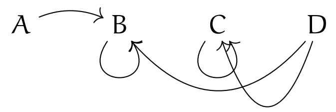
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}			X		X			

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{C}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}					X			

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{E}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{E}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathsf{A} = \mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{B} = \mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{C} = \mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G})$$

$$\mathsf{D} = \mathsf{CCF}(\mathsf{E}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	1	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	1	6	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1		1		1
E	0	0	0	1	0	0
F	1	1		1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	1	1	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
H	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
I	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1
J	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	2	7	2	3	4	4	2	7	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 93

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}				X			
Γ^{+2}			X			X	
Γ^{+3}	X	X		X			

$$\boxed{\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	1	1	0	1	0
G	0	1	0	1	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, F, G, H\right\}}$$

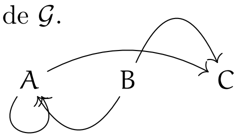
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0			0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0			0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
C	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
E	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1
F	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0
H	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
I	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
J	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	1	5	4	3	5	2	6	6	6	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 94

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0	1
F	1	1	0	0	0	0	1
G	1	1	1	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}				X			X
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	0	0	1	1
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X		X	X
Γ^-	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, G, H\right\}}$$

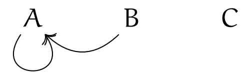
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X		X	X
Γ^-			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+						X		
Γ^-						X		

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	2	1	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	1
D		1	1	1		1
E	0	0	0	0	0	1
F		1	1	1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	1
D	0	1	1	1	1	1
E	0	0	0	0	0	1
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	1
C	0	1	1	0	0	1
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1
C	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1
D	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
E	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1
F	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
G	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
H	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1
I	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0
J	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	6	5	5	6	7	6	6	6	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 95

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}			X		X		
Γ^{-2}						X	X
Γ^{-3}	X		X	X	X		
Γ^{-4}	X	X		X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, H\right\}}$$

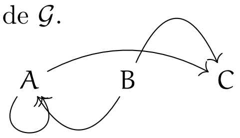
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	2	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	0	1
C		0	0		0	0
D	1	0	0	1	0	0
E		0	0		0	0
F	1	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
F	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
G	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
H	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
I	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
J	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	6	4	3	6	8	6	6	3	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 96

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}					X		
Γ^{-2}						X	
Γ^{-3}					X		
Γ^{-4}						X	

$$\boxed{\Gamma^{-4}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	1	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X		X
Γ^-	X						X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X		X
Γ^-	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, D, E, F, H\right\}}$$

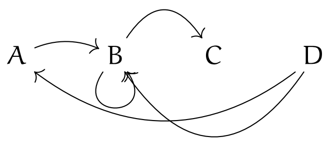
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	6	2	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	5	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0			0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0			0	0
F	0	1	1	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0
F	0	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	0	1	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
C	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
D	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
F	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
G	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
H	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0
I	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
J	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	3	6	5	4	5	5	4	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 97

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	0
B	1	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathsf{D}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}	X				X		X
Γ^{-2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(\mathsf{D}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{G}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0	1	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0	0	1
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X			X	
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{G}\right\}}$$

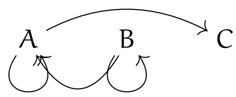
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X		X	X		X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{C}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{H}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{D}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{D}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathsf{A} = \mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{B} = \mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{C} = \mathsf{CCF}(\mathsf{D}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C			1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E			1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	0	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	1	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
D	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1
H	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
I	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	5	4	5	2	3	5	5	1	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 98

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0
E	1	1	0	0	0	1	1
F	1	1	0	1	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X				X		
Γ^{-2}	X	X			X	X	X
Γ^{-3}	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	0	1	1	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	1	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X		X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, D, F, G\Big\}}$$

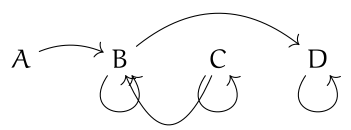
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	5	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	6	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	1
C		1	1	1		1
D		1	1	1		1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	1
C	0	1	1	1	1	1
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	1
C	1	1	1	1	0	1
D	0	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
D	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0
E	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
F	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
G	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
H	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0
I	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
J	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	5	6	5	5	4	5	5	7	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 99

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	0	0	1	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}		X				X	
Γ^{+2}			X				X
Γ^{+3}		X				X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{B, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	1	0
C	0	1	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	1	1	1	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X				X			
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-		X	X	X		X	X	

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, C, D, F, G\Big\}}$$

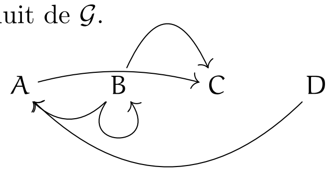
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X				X			X
Γ^-								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	5	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	6	1	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1		1	
C	1	1	1		1	
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	1	1	0
C	1	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	1	0
B	1	1	1	0	1	1
C	1	1	1	1	1	0
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
E	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
F	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
G	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
H	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
I	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
J	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	7	6	6	5	5	4	8	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 100

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	0	0
B	1	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	1	1
E	0	0	1	0	0	0	1
F	1	0	1	1	0	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}	X		X			X	X
Γ^{-2}	X	X	X	X	X	X	
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	1	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	1
H	1	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, F, G, H\right\}}$$

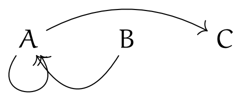
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	4	6	2	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	2	5	5	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	0	0
B	1	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0			0	0
F	0	0			0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	0	0
B	1	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	0	0
B	1	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
D	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
E	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
F	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
I	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
J	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	6	5	6	4	4	2	3	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 101

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	1	0
B	1	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	1	1	0
E	1	0	0	1	0	0	0
F	0	1	0	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}	X			X			
Γ^{-2}		X			X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	1	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	1	0	1	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, H\right\}}$$

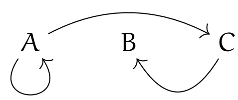
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X					X	
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	2	4	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0		0
B	0	0		0		0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0
D	0	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
E	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
G	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
H	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0
I	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
J	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	3	4	4	3	7	7	5	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 102

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	0	1
B	0	0	0	1	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1
D	1	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X		X	X		X	
Γ^{-2}	X	X	X	X			X
Γ^{-3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	1	1	1
B	0	1	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1	0
G	1	0	0	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, G\right\}}$$

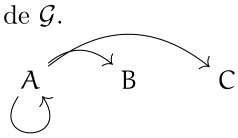
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	5	1	3	5	2	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	1	3	6	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1		1	1	1	
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	1	1	1	0
D	1		1	1	1	
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	1	1	1	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	1	0	0
C	0	0	1	1	1	0
D	1	0	1	1	1	1
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
C	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
E	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
G	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
H	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
I	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
J	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	7	6	5	2	6	4	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 103

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	0
D	0	1	1	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0	1	0
F	1	0	1	0	0	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X			X			
Γ^{-2}		X	X		X	X	X
Γ^{-3}	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	1	0	1	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X		X
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, F, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

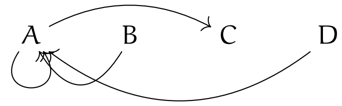
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	5	1	3	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	6	1	3	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1		1		1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0
F	1		1		1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0
F	1	0	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	1	0	1	0	1	0
F	1	1	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1
B	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
D	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
E	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
F	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
H	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
I	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
J	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	5	3	6	5	6	4	5	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 104

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	1	0	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}		X					X
Γ^{-2}	X	X	X			X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	1	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X		X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, F, H\Big\}}$$

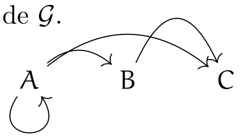
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X		X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \Big\{G\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	4	2	1	1	3	6
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	5	1	1	3	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	0	1	0	0	0	1
C	0		0	0	0	
D	0		0	0	0	
E	0	1	0	0	1	1
F	1	1	1	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	1	1
F	1	1	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	1
B	0	1	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	1
F	1	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
D	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
G	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
I	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
J	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	3	3	3	4	3	4	3	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 105

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	1	0
C	1	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}	X						
Γ^{+2}		X	X				
Γ^{+3}	X				X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	1
C	1	1	1	1	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X							
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

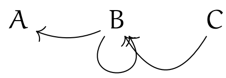
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X		X	X	X
Γ^{-}		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	3	2	6	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	1	1	1	1		
D	1	1	1	1		
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	1	1	1	1	1	0
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	0
C	1	1	1	1	0	1
D	1	1	1	1	1	0
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
D	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
E	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
G	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
I	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
J	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	5	4	5	3	5	5	4	4	1

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 106

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	1
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$$\boxed{\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	1	1	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X		X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, F, G\Big\}}$$

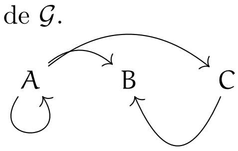
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			X
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	6	4	1	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	2	1	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	1	1	1	0	1	0
D			0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F			0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	1	1	1	0	1	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	1
C	1	1	1	0	1	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
B	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
C	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1
D	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
G	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
H	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	7	6	4	3	2	5	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 107

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	1
B	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	0
D	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	0	1
F	1	0	0	1	1	0	0
G	1	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}	X			X	X		
Γ^{+2}	X		X	X		X	X
Γ^{+3}	X			X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	1	1
B	0	1	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	1	0	1	0	1	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X		X	X
Γ^-	X	X	X		X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

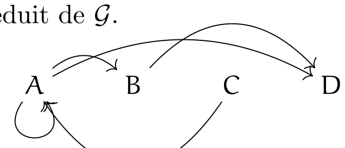
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	2	3	6	4	1	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	5	3	5	2	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	1	1	1	1	0	0
E		0		0	0	0
F		0		0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	1	1	1	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	1	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	1	1	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
B	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
C	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
D	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
E	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0
I	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
J	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	3	6	4	3	4	7	6	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 108

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	1	0	0	1	1
F	0	0	1	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \Big\{\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	0	0
B	1	1	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1	1
E	0	0	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X			X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, G, H\Big\}}$$

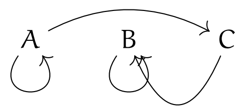
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X	X		
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \Big\{F\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	1	6	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	1	5	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0		
B	0	1	1	0	1	1
C	0	0	1	0	1	1
D	0	0	0	0		
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	1	1
C	0	0	1	0	1	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	1	0	1	1
C	0	0	1	0	1	1
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0
B	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1
D	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
E	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
H	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
I	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
J	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	6	6	3	4	3	3	4	2	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 109

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	1	1
C	0	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	0
F	1	1	1	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}				X			
Γ^{-2}	X	X			X		
Γ^{-3}			X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{-4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	1	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	1	0
G	0	0	0	0	1	1	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, D, E, F, G, H\right\}}$$

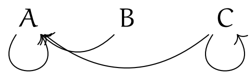
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0	0	
B	0	0		0	0	
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	1
E	0	0	1	1	1	1
F	0	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1
C	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
D	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
E	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
F	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
G	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
H	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
I	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
J	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	6	3	7	6	6	6	8	7	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 110

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	0
B	1	0	1	0	1	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0
D	1	1	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}		X					
Γ^{+1}	X		X		X	X	
Γ^{+2}		X		X		X	
Γ^{+3}	X	X	X		X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{+4}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	1	1	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	1
E	1	0	0	0	1	1	0	0
F	1	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X		X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, H\right\}}$$

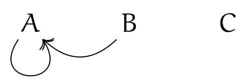
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(C, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	2	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	4	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1		1
B	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1		1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	1
B	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
C	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
D	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
E	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
F	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
G	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
H	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
I	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
J	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	5	4	4	3	5	5	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 111

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	1	0	0	1
D	1	1	1	0	0	0	1
E	1	0	0	0	0	0	1
F	1	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}		X		X			X
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F, G\right\}}$$

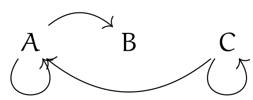
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}								X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	1	4	6	1	2	3
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	1	2	5	1	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0		0		0
B	0	1	1	0	1	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0		0		0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	1	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	0	1	1
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
B	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
D	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0
E	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
H	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
I	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
J	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	3	3	6	7	3	5	5	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 112

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	1	0
E	1	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}		X					
Γ^{-2}			X	X	X		X
Γ^{-3}		X	X	X		X	

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	1	0	1	0	1
E	0	0	1	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X							X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}		X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, F\right\}}$$

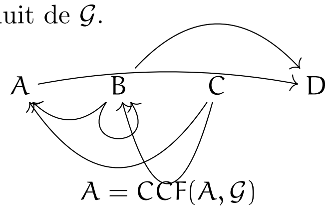
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	4	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	2	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0		0	0		0
D	1	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0		0	0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	0	0	0	1	0
D	1	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0
C	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
D	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
G	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
I	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
J	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	6	6	7	6	5	4	1	8	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 113

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	1	0	1	1
C	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	1	0	0	1
F	1	1	0	0	0	0	0
G	0	1	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}				X		X	
Γ^{+2}	X	X	X		X		
Γ^{+3}		X	X	X		X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	1	1	1
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X		X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X		X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, F, H\right\}}$$

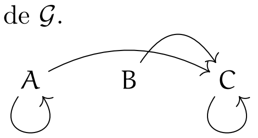
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X		X	
Γ^{-}					X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	3	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	1	0
C		0	0	0		0
D	1	0	0	1	1	0
E	1	0	0	0	1	0
F		0	0	0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	0
E	1	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	1	1	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	1	0
E	1	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
C	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
E	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
F	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
G	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
I	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	5	5	6	5	8	4	4	3	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 114

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \left\{\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	0	0	0	1	1	1	0
F	0	1	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X		X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, E, F, H\right\}}$$

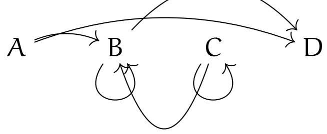
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	1	6	2	1	4
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	1	5	5	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	0	0
B	0	0			0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0			0	0
F	1	0	1	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0
F	1	0	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	1	0	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
B	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
D	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
E	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
F	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1
I	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
J	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	7	3	4	4	2	7	6	3	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 115

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	0
D	1	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	1
G	1	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}	X			X		X	
Γ^{+2}	X	X	X	X		X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

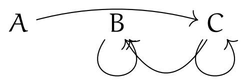
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X		X	X		X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, D, E, G\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X			X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C, F, H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	1	1	4	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	2	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B		0	0	0		0
C		0	0	0		0
D	1	0	0	1	1	1
E	1	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	1	1
E	1	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	1	1	1
E	1	0	0	0	1	0
F	1	0	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
C	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
F	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
I	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
J	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	4	4	2	4	4	3	6	4	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 116

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	1	1	0	1	1
C	1	1	0	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}					X		
Γ^{+1}						X	
Γ^{+2}		X		X	X		
Γ^{+3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	1	1
G	0	0	0	0	0	0	1	1
H	1	0	0	1	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, F, G, H\right\}}$$

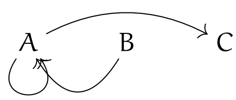
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+					X			
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\textbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	2	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	0
D		1	1	1	1	
E		1	1	1	1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	0
D	0	1	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
B	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
C	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
D	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
E	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1
F	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
I	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
J	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\textbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	2	5	6	5	4	4	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 117

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}	X	X					
Γ^{+2}	X	X	X				X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	1
C	1	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	0	1	1	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	0	0
G	1	0	1	1	0	0	0	0
H	0	0	1	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

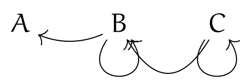
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X			X	X
Γ^-		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-					X	X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \left\{E, F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	3	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	4	1	3	6	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1		1	1	1	
E	1		1	1	1	
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	0
E	1	0	1	1	1	1
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1	0	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
C	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
D	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0
E	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
F	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	5	5	5	8	3	4	5	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 118

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	1
B	1	0	1	1	1	0	0
C	0	1	0	1	1	0	0
D	0	1	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}	X		X	X			
Γ^{-2}	X	X	X	X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	0	0
B	0	1	0	0	1	1	0	1
C	0	0	1	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	1
H	0	0	0	1	0	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X		X
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X		X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

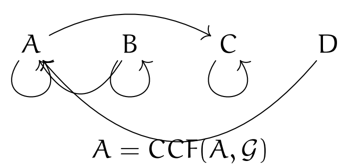
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}							X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	5	1	3	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	2	1	3	1	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1		1
B	1	1		1		1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	1	1	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	1
B	1	1	0	1	1	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
B	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0
D	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
F	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1
G	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
H	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0
I	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1
J	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	4	5	4	3	7	4	6	6	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 119

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	1	0	0	0	1
C	0	1	0	0	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	1	1	1	0	1
G	1	1	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}					X	X	X
Γ^{-2}	X	X	X			X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0	1	1
D	0	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	0	1	1
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

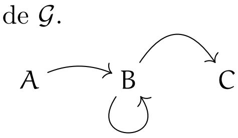
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	1	3	2	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	1	3	4	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1		1	1		1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1		1	1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	1	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	1	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
D	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
G	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
H	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
I	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
J	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	5	8	4	5	5	4	6	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 120

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	0	1	1	1
D	1	0	0	0	0	0	0
E	1	1	1	0	0	1	1
F	0	0	1	0	1	0	1
G	0	0	1	0	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}			X		X		X
Γ^{+2}	X	X	X		X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(F, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	1	1	1	0	1	0	1	1
E	0	0	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X			X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, D, E, F, G\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X						
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

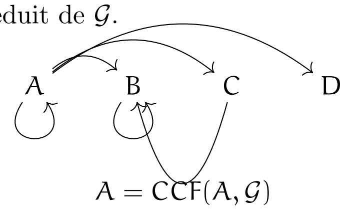
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X					
Γ^-	X		X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X			X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	5	3	1	5	2	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	3	1	6	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1		1	1	
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
B	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
C	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
F	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
H	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
I	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
J	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	5	1	5	4	3	5	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 121

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	1	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	1	1
D	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}		X					
Γ^{-1}			X				
Γ^{-2}		X		X		X	
Γ^{-3}	X	X	X				X
Γ^{-4}		X	X	X		X	

$$\boxed{\Gamma^{-4}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{F}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	1	1
D	0	1	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	1
G	0	0	0	1	1	0	0	0
H	0	1	0	0	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}\right\}}$$

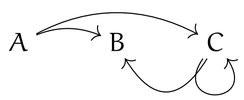
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{G}, \mathsf{H}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathsf{A} = \mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{B} = \mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{C} = \mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	6	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	5	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0			0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	1	1	1	1	0
F	0	0			0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	1	1	1	1	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	1	1	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
C	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
D	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
H	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
I	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
J	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	3	7	3	3	5	3	3	4	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 122

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	1	0	1
E	0	0	1	0	0	1	1
F	1	1	1	1	0	0	0
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}	X				X		
Γ^{-2}		X	X	X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	0	1	1	1	0	0	0
E	0	1	0	1	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	1	1
H	0	0	0	0	0	0	1	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X		
Γ^-	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, E, F\right\}}$$

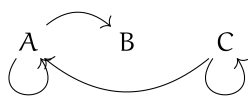
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X						
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-							X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G, H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	4	1	3	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1		1	1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	0	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
D	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0
E	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
F	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
G	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
H	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
I	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1
J	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	1	6	5	6	4	3	5	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 123

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	0	0	1
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}	X	X	X				
Γ^{+2}				X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X		X	X	
Γ^{+4}			X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G}) = \Big\{C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	1	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	1	0	1	0	1	1
D	0	0	0	0	0	1	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

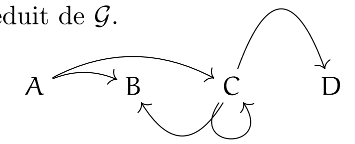
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X		X	X	X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C, D, F, G, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}					X			
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	1	5	5	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	1	6	2	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C			1	1	1	1
D			1	1	1	1
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	0	1	1	1	1	1
D	1	0	1	1	1	1
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	0	1	1	1	1
D	0	1	1	1	1	1
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
G	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
H	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
J	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	2	5	3	3	1	5	5	1	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 124

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	0
B	1	0	1	1	1	1	0
C	1	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	1	1	1
E	0	1	0	0	0	1	1
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(\mathsf{G}, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}			X	X	X		
Γ^{-2}	X	X		X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{-3}(\mathsf{G}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}, \mathsf{B}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, \mathsf{E}, \mathsf{F}\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1	1
G	0	0	0	0	0	0	0	1
H	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X							
Γ^{-}	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{A}\right\}}$$

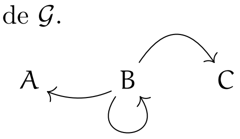
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{B}, \mathsf{D}, \mathsf{E}, \mathsf{F}, \mathsf{G}, \mathsf{H}\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}			X					
Γ^{-}		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G}) = \left\{\mathsf{C}\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$\mathsf{A} = \mathsf{CCF}(\mathsf{A}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{B} = \mathsf{CCF}(\mathsf{B}, \mathcal{G})$$
$$\mathsf{C} = \mathsf{CCF}(\mathsf{C}, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	3	1	2	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	3	1	4	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	1		1	1	
F	1	0	0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	1	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	0
E	1	1	1	1	1	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1
B	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
C	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
D	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
E	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
F	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
G	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
H	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
I	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
J	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	7	4	3	5	5	7	7	7	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 125

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	0	1	1	1
C	0	1	0	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	1	1	1	0	0	0
F	0	0	1	1	0	0	0
G	1	1	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}						X	
Γ^{-1}		X	X	X			
Γ^{-2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(F, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	1	0
C	0	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	0	1	0	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X		X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, E, F, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

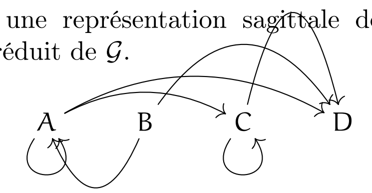
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X			X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(D, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	2	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	0
D		1	1	1	1	
E		1	1	1	1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	1	0	1	0
D	0	1	1	1	1	1
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
B	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
C	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
D	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
F	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
G	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
H	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
I	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
J	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	7	8	7	4	5	5	3	8

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 126

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}		X					
Γ^{+1}							X
Γ^{+2}	X		X				
Γ^{+3}	X	X		X		X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(B, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	1	0	0	0	1
B	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	1	1	0
G	1	1	0	0	1	0	1	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, D, E, F, G, H\right\}}$$

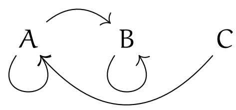
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	1	2	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	1	4	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1	1		1	1
C		1	1		1	1
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	1	0	1	1
C	0	1	1	1	1	1
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	1	1	1	0	1	1
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
C	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
D	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
F	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
G	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
H	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
I	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
J	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	2	3	4	3	5	3	7	4	5	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 127

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	1	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	1	1	0
E	1	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	1
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}			X				
Γ^{-1}		X				X	
Γ^{-2}	X		X	X	X		
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	0	0	0	1
E	0	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	1
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X			X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, G, H\right\}}$$

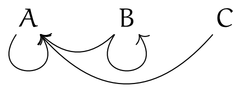
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X		X	X
Γ^-					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	X
Γ^-						X		

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(E, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	2	6	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	5	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0			0	0
B	0	1	1	1	0	1
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0			0	0
F	0	0	1	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	1	0	0	0
B	0	1	1	1	0	1
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	1	1	0	1
C	0	0	1	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	1	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
D	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
H	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0
I	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
J	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	5	4	4	4	0	3	6	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 128

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	0	1	1
E	1	0	0	0	0	0	1
F	1	0	1	1	0	0	0
G	1	0	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}	X			X	X	X	
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	1	1	0	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0	1
G	0	1	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, F, G\right\}}$$

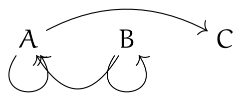
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(E, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	2	1	6	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	5	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0		0		0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	1	1	0	1	1	0
F	0		0		0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	1	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	1	1	0	1	1	0
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
B	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
D	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
E	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
H	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
I	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
J	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	6	6	4	4	5	4	5	2	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici, deux sommets sont de degrés impaire. Il existe donc bien une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$ (entre les deux sommets de degrés impaire).

Exercice 5

Onze enfants s'échangent des cartes pokémons. L'échange est toujours réciproque (un enfant donnant une carte à un autre reçoit simultanément une carte de cet autre). Cependant chaque enfant n'échangera qu'avec 3 autre enfants distincts. Les enfants sont numérotés de 1 à 11. Indiquez quel enfant échange avec quel autre enfant.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 11 enfants représente un sommet. Deux sommets étant relié si les enfants qu'ils représentent s'échangent des cartes. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 3$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $11 \times 3 = 33$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 129

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0
C	1	1	0	1	1	1	0
D	1	0	1	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}			X				
Γ^{+1}	X	X		X	X	X	
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(C, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	1	0	0	1
F	0	0	1	0	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0
H	0	0	0	1	1	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							
Γ^-	X	X		X	X		X	X

$$\boxed{\text{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X		X	X		X	X

$$\boxed{\text{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, D, E, G, H\right\}}$$

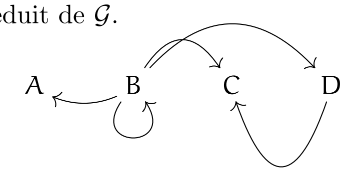
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\text{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X			X		
Γ^-		X		X	X	X	X	X

$$\boxed{\text{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\text{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \text{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \text{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \text{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \text{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	1	1	3	4	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	3	2	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B		0	0	0	0	
C		0	0	0	0	
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	1
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	0	0	1	0	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
D	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
F	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
G	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
H	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
I	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
J	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	3	4	3	4	4	5	4	5	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 130

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	1	1	1	0	0	1
F	0	1	1	0	0	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}		X			X		
Γ^{-2}	X		X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	1	0
B	0	0	0	0	1	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0
D	0	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	1	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	
Γ^-	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

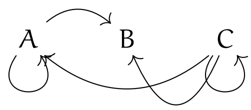
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+						X		
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-								X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	6	4	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	5	1	5	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0		0		0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0		0		0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	1	0	1	1	1
F	0	1	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	1	0	1	1	1
F	0	1	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	1	0	1	1	1
F	0	1	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
B	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
D	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
E	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
F	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
G	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
H	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
I	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
J	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	2	4	4	5	3	5	4	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 131

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	1	0
B	1	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	1	1	0
D	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}			X	X			
Γ^{-2}		X			X	X	
Γ^{-3}	X		X	X			

$$\boxed{\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	1	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	1	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X		X
Γ^-	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X		X		X		
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, D, F\right\}}$$

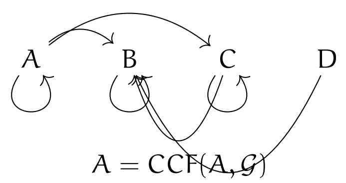
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X		X
Γ^-	X		X		X			X

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C, E, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X		X		X	X	
Γ^-							X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	4	3	6	2	1	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	3	5	5	1	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0			0	0
F	0	0			0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	0	0
B	0	1	1	1	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
B	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
C	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
D	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
E	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
G	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
H	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
I	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
J	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	4	5	4	4	3	6	4	3	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 132

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	1	1
B	0	0	0	1	0	0	1
C	0	0	0	1	1	0	1
D	0	1	1	0	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0
G	1	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}		X	X		X	X	X
Γ^{+2}	X	X	X	X	X		X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	0	1	0	0
D	0	1	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	0	1	0	1	0
G	0	0	0	0	1	0	1	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	X
Γ^-	X							

$$\boxed{\mathsf{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

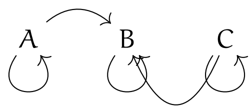
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X		X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathsf{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, E, F, G, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-				X				

$$\boxed{\mathsf{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathsf{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathsf{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathsf{CCF}(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	1	6	1	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	1	5	1	5

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	1
B	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0		0	
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0		0	
F	0	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	1
B	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0	0	0	1
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	0	1
B	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
B	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
D	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
F	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
H	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
I	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
J	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	5	3	4	4	5	6	6	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 133

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	1	1	0	1
C	0	1	0	1	0	0	0
D	1	1	1	0	0	0	0
E	0	1	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}		X		X	X		
Γ^{+2}	X	X	X	X	X		X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	1	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	1	0	1	1
E	0	1	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X		X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, D, E, F, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X						
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

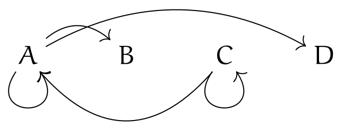
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}			X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	2	1	3	6	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	5	1	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0		0	0		0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0		0	0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
B	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
D	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1
E	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0
F	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
G	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
I	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
J	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	3	7	6	5	4	5	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 134

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0
C	1	1	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}					X		
Γ^{-1}			X	X			
Γ^{-2}	X	X	X	X	X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(E, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0	0
D	0	0	0	1	0	1	0	1
E	0	0	0	1	1	0	0	0
F	1	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X		X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, D, F, G, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

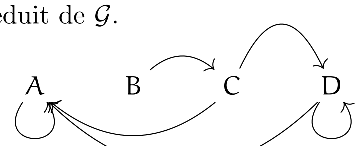
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X	X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \Big\{C\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X	X	X	X	X
Γ^{-}		X	X		X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	5	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	4	1	6	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1		1	1	
E	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	0	1	1	1
E	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	0
E	0	1	0	1	1	0
F	0	0	0	1	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
B	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
C	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
E	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
F	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
H	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
J	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	4	2	8	7	3	4	5	2	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 135

Mai 2017

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	0	1	1
D	0	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	1	1	1	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}		X				X	
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	1	1	0	0	0
D	0	1	1	0	0	0	1	1
E	0	1	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X							

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X			X	X	X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \Big\{B, E, F\Big\}}$$

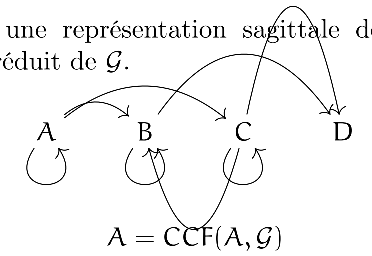
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}		X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X		X	X				X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \Big\{C, D, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \Big\{G\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	2	3	5	1	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	4	3	6	1	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	1	1	1	0	0
D		1	1	1		1
E	0	0	0	1	0	0
F		1	1	1		1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	1	1	1	0	0
D	0	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	1	1	1	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	0	0
C	0	1	1	1	0	0
D	1	1	1	1	0	1
E	0	0	0	1	0	0
F	0	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
D	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
E	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
G	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
H	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
I	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
J	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	2	2	3	7	4	5	4	3	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 136

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	1	0	0
B	1	0	1	1	0	0	0
C	1	1	0	1	0	0	1
D	0	1	1	0	1	1	1
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0	1
G	0	1	0	1	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}		X	X	X	X		
Γ^{+2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{+3}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+3}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	0	0	1	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0	0
C	1	1	1	1	0	0	0	0
D	0	0	0	1	1	0	0	0
E	0	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

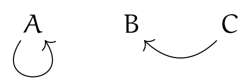
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		
Γ^{-}						X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		X
Γ^{-}								X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	3	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	6	4	1	3	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1		1	1	
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	1		1	1	
F	1	0	0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	1	1	1	1	0
F	1	0	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	0
B	1	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	0	1	0	0
E	1	1	0	1	1	1
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
D	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
E	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
F	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
H	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0
I	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0
J	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	6	1	5	5	4	3	5	6	6	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 137

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	0	1	1	0
B	0	0	1	0	0	1	1
C	1	0	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	1	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0
F	1	1	0	1	0	0	1
G	1	0	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}			X		X	X	X
Γ^{-2}	X	X		X		X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	1	0	1
E	0	1	1	0	0	0	0	0
F	1	1	1	0	1	0	1	0
G	1	1	0	0	1	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							X
Γ^-	X	X		X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, H\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X		X	X	X	X
Γ^-		X		X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, E, F, G\right\}}$$

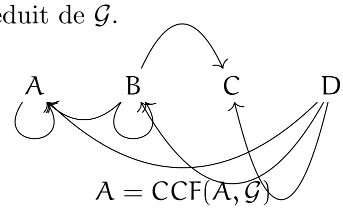
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+			X					
Γ^-		X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$A = CCF(A, \mathcal{G})$

$B = CCF(B, \mathcal{G})$

$C = CCF(C, \mathcal{G})$

$D = CCF(D, \mathcal{G})$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	4	1	6	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	2	1	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	1
C		0	0		0	0
D	1	1	1	1	1	1
E		0	0		0	0
F	1	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	1	0	1	0	1
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
B	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
C	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1
D	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
E	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
G	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
H	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
I	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
J	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	6	4	3	6	2	5	7	6	7

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 138

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	1	0	0	0	1	0
D	0	1	0	0	1	0	0
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}		X			X		
Γ^{+2}	X		X	X			
Γ^{+3}		X			X	X	
Γ^{+4}	X		X	X			

$$\boxed{\Gamma^{+4}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	1	0
B	0	1	0	0	1	0	1	0
C	0	1	0	1	0	0	1	1
D	0	0	1	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X		

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F\right\}}$$

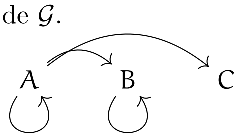
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(G, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	1	2	5	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	1	4	6	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E		1		1	1	1
F		1		1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	0	1	1	1	1	1
F	1	1	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	1	1	0
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	0	1	1	1
F	0	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
B	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
C	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
G	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
H	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1
I	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0
J	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	3	6	3	4	5	5	6	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 139

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	1	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}							
Γ^{-2}							
Γ^{-3}							

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	0	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0	0
H	0	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X			X	X	X
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, F, G, H\Big\}}$$

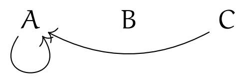
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}				X				

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \Big\{D\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X	X	X	X
Γ^{-}					X			

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(E, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	2	5	1	5	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	4	2	1	6	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	1	1	1		1	
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1		1	
F	0	0	0	0	1	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	1	1	1	1	1	0
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	0	1	1
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	1	0
B	0	1	0	0	1	0
C	1	1	1	0	1	1
D	0	0	0	0	1	0
E	1	1	1	1	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
B	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0
C	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
D	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
E	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
F	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
G	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
H	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
I	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0
J	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	8	6	5	3	3	6	3	7	5	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 140

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	1	1	0
B	1	0	0	1	0	1	0
C	1	0	0	1	1	0	1
D	1	1	1	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1	0
F	1	1	0	0	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}			X	X			
Γ^{-2}	X	X	X	X			X
Γ^{-3}	X	X	X	X		X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	1	1	0	0
F	0	0	0	1	1	0	1	1
G	0	0	0	0	1	0	0	1
H	0	0	0	0	1	0	0	1

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	X
Γ^-		X	X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B\right\}}$$

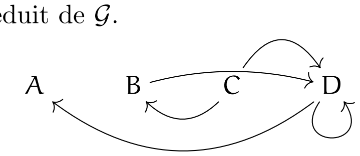
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-			X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X			X	X	X	X	X
Γ^-		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D, E, F, G, H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	1	4	2	1	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	2	5	1	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B		0	0		0	0
C	1	0	1	1	0	1
D	1	0	0	1	0	0
E		0	0		0	0
F	1	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	1	0	1
D	1	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0	0
F	1	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	1	1	0	1
D	1	0	0	1	0	0
E	1	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
B	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
E	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
H	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
I	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
J	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

$\mathbf{Som}(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	3	1	3	4	5	5	5	3	1

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 141

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1	1	1
D	1	0	0	0	0	1	0
E	0	1	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}	X						
Γ^{-2}				X			X
Γ^{-3}	X		X				

$$\boxed{\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, C\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	1	0	1	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	1	0	0	0	0	1
D	0	0	1	1	0	0	1	1
E	0	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	1	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	1	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X		X	X		X	X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, C, D, G, H\right\}}$$

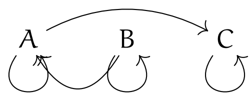
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X			X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \left\{B, E\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}						X		
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	3	5	1	1	5	2
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	6	1	1	2	4

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1			1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1			1	1
F	0	1	0	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	0	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	1	0	1	1
F	0	1	0	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	0	0	1
B	1	1	1	0	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	0	1	1	1
F	0	1	0	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1
B	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
C	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
D	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
E	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1
F	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
G	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
H	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1
I	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
J	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	2	6	7	4	5	6	5	6

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 142

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	0	0	1	0	1
B	1	0	0	0	1	0	1
C	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	1	0	0
E	1	1	1	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}							X
Γ^{-1}	X	X	X				
Γ^{-2}	X	X			X		X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\Gamma^{-3}(G, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	1	0	1	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	1	0	0	1	0	0	0	0
G	1	1	0	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X		X		X	X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, G, H\right\}}$$

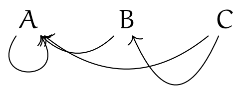
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X		X	X
Γ^{-}				X		X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}						X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(F, \mathcal{G}) = \left\{F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	6	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0		0		0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0		0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
B	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
C	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
D	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
E	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
F	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
H	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
I	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
J	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	5	8	7	5	5	6	7	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 143

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	1	0	0	1
D	0	0	1	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	1
F	1	1	0	1	0	0	0
G	0	1	1	0	1	0	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							
Γ^{+4}							

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	0	0	1	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0	0
C	1	0	1	0	0	1	0	1
D	0	1	1	0	0	1	0	0
E	0	1	1	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	1	1	1	0	0	0	0
H	0	1	1	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X			X		X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, F, H\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X		X
Γ^-				X	X		X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \Big\{D\Big\}}$$

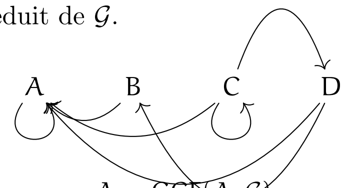
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-					X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \Big\{E\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	X
Γ^-					X		X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \Big\{G\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\texttt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	1	6	4	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	1	5	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B		0	0		0	0
C		0	0		0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	0	0	1	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	1	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	0	0	1	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	0	1	0	0
B	0	0	0	1	0	0
C	1	0	0	0	0	0
D	1	1	1	1	1	1
E	1	0	0	1	1	1
F	1	0	0	1	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
B	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
E	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
F	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
G	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
H	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0
I	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
J	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	4	3	3	4	3	4	5	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 144

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	1
B	1	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	1
G	0	0	0	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	CC	D	E	F	G
Γ^{+0}							X
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$$\boxed{\Gamma^{+3}(G, \mathcal{G}) = \Big\{\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	1	0	1	0
E	0	0	0	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1	0	0
G	0	0	0	0	1	0	0	0
H	1	0	1	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X		X	X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X		X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, C, D, E, G, H\Big\}}$$

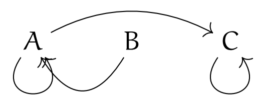
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-		X						

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \Big\{B\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+						X		
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(F, \mathcal{G}) = \Big\{F\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(F, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	4	1	2	6	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	2	1	5	5	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0			0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0			0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	1	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	1	0	0
B	0	1	0	1	1	1
C	0	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1	0
E	1	1	1	1	1	1
F	0	0	0	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
E	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
F	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
G	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
H	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
I	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
J	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	3	3	4	3	4	3	7	2	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 145

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	0	0	0
B	0	0	0	0	1	0	1
C	1	0	0	1	1	0	0
D	1	0	1	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	0	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}				X			
Γ^{-1}	X		X				
Γ^{-2}	X		X	X	X		
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\Gamma^{-3}(D, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, D, E, F\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	0	1	0	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	0	1	0	1	0	0
H	0	0	0	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X			X				
Γ^-	X							

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X		X	X	X	X	X
Γ^-		X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, E, F, G, H\right\}}$$

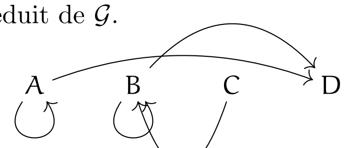
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+		X	X	X	X	X	X	X
Γ^-			X					

$$\boxed{CCF(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+				X				
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$

$$B = CCF(B, \mathcal{G})$$

$$C = CCF(C, \mathcal{G})$$

$$D = CCF(D, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x,\mathcal{G})$	4	6	1	3	2	1
$d^{-1}(x,\mathcal{G})$	2	5	1	3	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0		0	0		0
D	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0		0	0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	0	1	1	0
B	1	1	1	1	1	1
C	0	0	0	0	1	0
D	0	1	0	1	1	0
E	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
B	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
C	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
D	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
G	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
H	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
I	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
J	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	3	3	6	5	3	5	4	2	5	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Un groupe de sept amis se rencontre. Chacun serre la main à exactement 5 autres. Nommons les 7 amis A, B, ..., G. Expliquez qui serre la main de qui (on signale qu'une poigné de main est toujours réciproque).

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 7 amis représente un sommet. Deux sommets étant relié si les amis qu'ils représentent se serrent la main. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x,\mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 7 = 35$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 146

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	1
C	0	0	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0	1	0
F	0	0	0	1	1	0	0
G	0	1	1	1	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}			X				
Γ^{-1}					X		X
Γ^{-2}		X	X	X		X	
Γ^{-3}				X	X	X	X
Γ^{-4}		X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(C, \mathcal{G}) = \left\{B, C, D, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	1	1
B	0	0	0	0	1	0	1	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0
D	0	0	0	0	1	0	0	0
E	1	0	0	0	0	1	0	0
F	0	1	0	1	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	1	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X		X	X	X	X	X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, D, E, F, G\right\}}$$

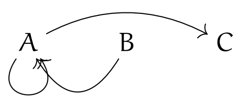
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-			X					

$$\boxed{\mathrm{CCF}(C, \mathcal{G}) = \left\{C\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+								X
Γ^-	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \left\{H\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$
$$B = \mathrm{CCF}(C, \mathcal{G})$$
$$C = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	5	5	2	3	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	6	2	4	3	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B		1	1	1	1	
C		1	1	1	1	
D	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	1	1	0
F	0	1	0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1	0
C	0	1	1	1	1	1
D	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	1	1	0
F	0	1	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1
C	1	1	1	1	1	0
D	0	1	0	1	0	0
E	0	1	0	1	1	0
F	0	1	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
B	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
C	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
D	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
E	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
F	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1
G	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
I	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
J	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som$(\mathcal{G})$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	5	5	2	7	6	2	3	3	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Une meute est composée de 13 loups. Chaque loup, numéroté de 1 à 13, se battra avec exactement 5 de ses congénères. Expliquez quel annimal se bat avec quel annimal.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 13 loups représente un sommet. Deux sommets étant relié si les loups qu'ils représentent se battent. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 5$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $5 \times 13 = 65$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 147

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	1	0	0
B	1	0	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}				X			
Γ^{+1}							
Γ^{+2}							
Γ^{+3}							

$$\boxed{\Gamma^{+3}(D, \mathcal{G}) = \left\{\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	1	1	0	0	0	0	0
B	0	0	0	1	0	1	0	0
C	1	0	1	0	1	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	0	1	0	1	1	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	1	0	0	1	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 3). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X		X	X		X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, H\right\}}$$

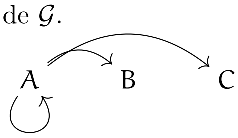
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(G, \mathcal{G}) = \left\{G\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = CCF(A, \mathcal{G})$$
$$B = CCF(D, \mathcal{G})$$
$$C = CCF(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	2	1	6	1	4	3
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	1	5	1	2	3

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B		0		0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D		0		0	0	0
E	1	0	1	0	1	1
F	1	0	1	0	0	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	1	0	0	0	0	0
E	1	0	1	0	1	1
F	1	0	1	0	0	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	1	0	1	0	1	1
F	1	0	1	0	0	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
B	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
C	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
D	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
E	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
F	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
G	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
H	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
I	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0
J	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	7	6	5	7	5	5	4	5	5	3

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 148

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	0
B	0	0	0	0	0	1	0
C	0	1	0	0	1	0	1
D	0	0	0	0	1	0	1
E	0	1	1	1	0	0	1
F	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	1	1	1	1	0

Déterminer $\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}						X	
Γ^{+1}		X					
Γ^{+2}						X	
Γ^{+3}		X					

$$\boxed{\Gamma^{+3}(F, \mathcal{G}) = \{B\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	1	1	1	0	0	1	0
C	0	0	1	1	0	0	0	0
D	1	0	1	0	0	1	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	1
F	0	1	1	1	0	0	1	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	1	0	0	0	1	1	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X							
Γ^-	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \{A\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X		X	X	X
Γ^-		X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(B, \mathcal{G}) = \{B, C, D, F, H\}}$$

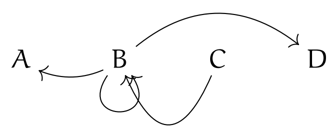
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^-					X			

$$\boxed{\mathrm{CCF}(E, \mathcal{G}) = \{E\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^+							X	
Γ^-		X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \{G\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(B, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(E, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	6	2	3	1	4	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	5	5	3	1	2	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	0	0	0
D			0	0	0	0
E	1	1	1	0	1	0
F			0	0	0	0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0
E	1	1	1	0	1	0
F	0	1	0	0	0	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	1	1	1
B	1	1	0	0	0	0
C	1	1	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	1	1	1	0	1	0
F	1	0	0	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
B	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1
C	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
F	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0
G	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
H	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
I	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1
J	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	5	2	2	2	5	5	4	7	5

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans un pays, le gouvernement veut créer de nouveaux couloirs aériens entre 9 villes. Chaque ville, notée de A à I, devra disposer d'exactement 7 couloirs aériens. Indiquer les villes reliées entres elles par ces couloirs.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacune des 9 villes représente un sommet. Deux sommets étant relié si les villes qu'ils représentent sont reliées par un couloir. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 7$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $9 \times 7 = 63$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 149

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	0	0	0	0
B	1	0	1	0	0	0	1
C	1	1	0	0	1	0	0
D	0	0	1	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0
F	0	1	1	0	1	0	1
G	0	1	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{+0}	X						
Γ^{+1}		X	X				
Γ^{+2}	X	X	X		X		X
Γ^{+3}	X	X	X		X	X	X
Γ^{+4}	X	X	X		X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{+4}(A, \mathcal{G}) = \left\{A, B, C, E, F, G\right\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	0	0	0	1	0	0
B	0	0	1	1	1	0	1	0
C	0	0	1	1	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	0	1	1	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0
H	1	1	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X			X	X	X		
Γ^{-}	X	X	X				X	X

$$\boxed{CCF(A, \mathcal{G}) = \left\{A\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}		X	X				X	X

$$\boxed{CCF(B, \mathcal{G}) = \left\{B, C, G, H\right\}}$$

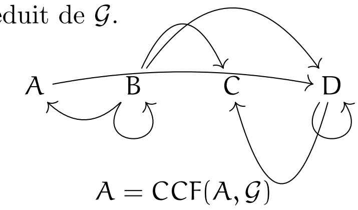
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{CCF(D, \mathcal{G}) = \left\{D\right\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X	X	X		
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	X

$$\boxed{CCF(E, \mathcal{G}) = \left\{E, F\right\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$A = CCF(A, \mathcal{G})$

$B = CCF(B, \mathcal{G})$

$C = CCF(D, \mathcal{G})$

$D = CCF(E, \mathcal{G})$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	3	2	1	5	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	4	1	2	6

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire : 1

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	1	0	0	1
C	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E		1	1		1	1
F		1	1		1	1

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	1	0	0	1
C	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	0	1	1	1	1	1
F	1	1	1	0	1	1

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	1	1	0	0	1
C	0	0	1	0	0	1
D	0	0	0	0	0	1
E	1	1	1	0	1	1
F	0	1	1	1	1	1

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
B	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
C	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
D	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
E	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0
F	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
G	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
H	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
I	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
J	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	5	6	7	5	6	4	5	3	5	2

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5

NOM :
PRENOM :
GROUPE :

Mai 2017

Contrôle Graphe & Langages
Correction du sujet 150

La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.

Exercice 1

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ suivant

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	1	1	0	0
B	0	0	1	1	0	0	0
C	0	1	0	1	0	1	1
D	1	1	0	0	1	1	1
E	1	0	1	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	1
G	1	1	1	1	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 1.5

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Γ^{-0}	X						
Γ^{-1}				X	X		X
Γ^{-2}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-3}	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-4}	X	X	X	X	X	X	X

$$\boxed{\Gamma^{-4}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, D, E, F, G\Big\}}$$

Exercice 2

Considérons le graphe orienté $\mathcal{G}$ de représentation matricielle

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0	0	1	0	1	0	1	0
B	0	1	1	0	0	0	0	1
C	1	0	0	1	0	1	0	1
D	0	0	0	0	0	0	0	1
E	1	1	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	1	0
H	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Déterminer les différentes composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$ (il y en a 4). 2

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}	X	X	X	X	X	X	X	X
Γ^{-}	X	X	X		X	X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(A, \mathcal{G}) = \Big\{A, B, C, E, F\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}				X				X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		

$$\boxed{\mathrm{CCF}(D, \mathcal{G}) = \Big\{D\Big\}}$$

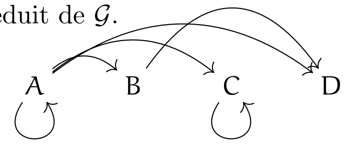
	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}							X	
Γ^{-}	X	X	X		X	X	X	

$$\boxed{\mathrm{CCF}(G, \mathcal{G}) = \Big\{G\Big\}}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
Γ^{+}								X
Γ^{-}	X	X	X	X	X	X		X

$$\boxed{\mathrm{CCF}(H, \mathcal{G}) = \Big\{H\Big\}}$$

2. Donner une représentation sagittale de $\mathcal{G}_{\mathtt{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1.5



où

$$A = \mathrm{CCF}(A, \mathcal{G})$$

$$B = \mathrm{CCF}(D, \mathcal{G})$$

$$C = \mathrm{CCF}(G, \mathcal{G})$$

$$D = \mathrm{CCF}(H, \mathcal{G})$$

Exercice 3

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	4	3	6	1	2	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	2	3	5	1	5	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0		0		0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0		0		0

2. Faite une hypothèse permettant de déterminer un graphe solution. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	1	0	0	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	0	0	1	0

3. Déterminer l'autre solution répondant aux contraintes. 0.5

	A	B	C	D	E	F
A	1	1	1	0	1	0
B	0	1	1	0	1	0
C	1	1	1	1	1	1
D	0	0	0	0	1	0
E	0	0	1	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0

Exercice 4

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ dont la matrice booléenne est

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
B	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
D	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
E	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
F	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
G	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
H	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
I	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
J	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0

1. Compléter le tableau suivant en indiquant les degrés de chaque sommet. 0.5

Som($\mathcal{G}$)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
d^1	4	7	3	4	6	3	4	5	4	4

2. Existe-t-il une chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$? Vous justifierez précisément votre réponse. 1

   D'après le cours il existe une chaine eulérienne lorsque tous les sommets sont de degrés paire sauf le sommet de départ et d'arrivé. Ici plus de deux sommets sont de degrés impaire. Il n'existe donc pas de chaine eulérienne dans $\mathcal{G}$.

Exercice 5

Dans une portée 17 chatons jouent les un avec les autres. Les affinités, toujours réciproque, entre ces chats sont telles que chaque animal jouent avec tous les autres sauf 2. Si les chatons sont nommés A, B, ..., Q, expliquez qui joue avec qui.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ où chacun des 17 chatons représente un sommet. Deux sommets étant relié si les chatons qu'ils représentent jouent ensemble. L'énoncé impose donc que pour chaque sommet x, $d^1(x, \mathcal{G}) = 15 (= 17 - 2)$. Mais le théorème des degrés stipule que la somme des d^1 doit être un nombre paire. Or $17 \times 15 = 255$ ce qui rend cette configuration impossible. 1.5