Mai 2016

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

Graphes et langages

- *La calculatrice est autorisée.*
- *L'antisèche légale est permise.*
- *Tous autres documents et tout moyen de communication sont prohibés.*
- *Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.*
- *Il ne s'agit en aucun cas d'une feuille de brouillon.*
- *Vous êtes autorisé à pleurer (en silence).*
- *Assurez-vous de ne pas laisser tomber vos larmes sur la copie.*
- *Position fœtale permise.*
- *L'utilisation du 49.3 ne permet pas de résoudre les problèmes.*

Exercice 1

10 min

Considérons le graphe $\mathcal{G}$ suivant

	a	b	c	d	e	f	g	h
a	0	0	1	0	0	0	1	1
b	0	1	0	0	1	0	0	0
c	1	0	0	0	0	0	0	1
d	0	1	0	0	0	1	0	0
e	0	0	0	1	1	1	0	0
f	0	1	0	1	0	1	0	0
g	0	0	0	0	0	0	1	1
h	1	0	0	0	0	0	1	0

Déterminer $\Gamma^{-3}(c, \mathcal{G})$ en appliquant l'algorithme du marquage. 2

Sommet	a	b	c	d	e	f	g	h
Γ^0								
Γ^{-1}								
Γ^{-2}								
Γ^{-3}								

$\Gamma^{-3}(c, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\}$

Exercice 2

20 min

Dans cet exercice, on cherche a déterminer tous les graphes $\mathcal{G}$ satisfaisants les contraintes suivantes :

Som$(\mathcal{G})$	a	b	c	d	e	f	g
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	0	6	1	1	4	0	5
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	3	3	4	0	2	4	1

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

1

	a	b	c	d	e	f	g
a							
b							
c							
d							
e							
f							
g							

2. Vérifier qu'il existe exactement un graphe solution satisfaisant $(c, c) \in \textbf{Arc}(\mathcal{G})$. On donnera sa matrice en complétant le graphe ci-dessous.

0.5

	a	b	c	d	e	f	g
a							
b							
c							
d							
e							
f							
g							

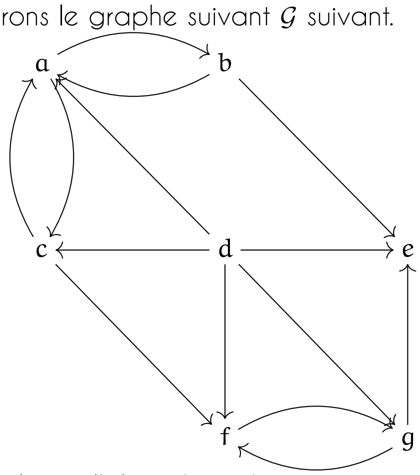
3. Vérifier qu'il existe exactement un graphe solution satisfaisant $(c, c) \notin \textbf{Arc}(\mathcal{G})$. On donnera sa matrice en complétant le graphe ci-dessous. 0.5

	a	b	c	d	e	f	g
a							
b							
c							
d							
e							
f							
g							

4. Justifier que les deux graphes précédemment déterminés sont les seuls répondants au contraintes initiales. 0.5

Exercice 3 30 min

Considérons le graphe suivant $\mathcal{G}$ suivant.



1. Appliquer l'algorithme du marquage et déterminer les 4 composantes connexes fortes de $\mathcal{G}$.

	a	b	c	d	e	f	g
Γ^+							
Γ^-							

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$ 0.5

	a	b	c	d	e	f	g
Γ^+							
Γ^-							

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$ 0.5

	a	b	c	d	e	f	g
Γ^+							
Γ^-							

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$ 0.5

	a	b	c	d	e	f	g
Γ^+							
Γ^-							

$\mathrm{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \Big\{ \qquad \Big\}$ 0.5

2. Donner une représentation de $\mathcal{G}_{\mathbf{red}}$ le graphe réduit de $\mathcal{G}$. 1

Exercice 4 15 min

Dessiner un graphe non orienté a au moins 2 sommets, tels que tous les sommets ont des degrés distincts. 3

Exercice 5 45 min

Considérons le graphe métrique non orienté $\mathcal{G}$ suivant

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	0	0	0	7	0	7	1	0
x_2	0	0	7	8	4	3	3	0
x_3	0	7	0	1	0	1	8	0
x_4	7	8	1	0	7	0	5	8
x_5	0	4	0	7	0	8	0	0
x_6	7	3	1	0	8	0	0	5
x_7	1	3	8	5	0	0	0	6
x_8	0	0	0	8	0	5	6	0

où la métrique est indiquée dans ma matrice.

1. Appliquer l'algorithme de Djikstra **partant du sommet** x_3. 2

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
d_{min}								
Sommet proche								

2. Donner la liste des chemins les plus cours partant de x_3 pour atteindre tous les autres sommet du graphe. 1

3. Remplissez le tableau suivant en indiquant le degré de chaque sommet. 1

Sommet	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
$d^1(\bullet, \mathcal{G})$								

4. Appliquer l'algorithme de Brélaz. 2

Sommet								
$\mathtt{DSAT}_1$								
$\mathtt{DSAT}_2$								
$\mathtt{DSAT}_3$								
$\mathtt{DSAT}_4$								
$\mathtt{DSAT}_5$								
$\mathtt{DSAT}_6$								
$\mathtt{DSAT}_7$								
$\mathtt{DSAT}_8$								
Couleur								

5. Donner la valeur exacte du nombre chromatique de $\mathcal{G}$. Justifier. 1

6. Existe-t-il un circuit eulérien dans le graphe $\mathcal{G}$. Justifier. Si oui, donner un tel circuit. 0.5

7. Existe-t-il une chaine eulérienne dans le graphe $\mathcal{G}$. Justifier. Si oui, donner une telle chaine. 0.5