

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

Mathématiques DAEU - B

- *La calculatrice est autorisée.*
- *Tous documents, téléphones portables, et tout moyen de communication sont prohibés.*
- *Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.*
- *Il ne s'agit en aucun cas d'une feuille de brouillon.*
- *Vous êtes autorisé à pleurer (en silence).*
- *Assurez-vous de ne pas laisser tomber vos larmes sur la copie.*
- *Position fœtale permise.*
- *L'utilisation du 49.3 ne permet pas de résoudre les problèmes.*

Exercice 130
min

Un QCM (Questionnaire à Choix Multiple) est composé de plusieurs questions et chaque question propose 5 réponses dont une seule est juste. Une bonne réponse à une question de ce QCM rapporte 1 point. En cas de mauvaise réponse on perd un demi-point.

1. Un étudiant répond au hasard à une question de ce QCM. Quelle est la probabilité d'obtenir la bonne réponse? 1

2. Dans cette question on suppose que le QCM est composé de 10 questions. Un étudiant répond au hasard aux questions de ce QCM. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de bonne réponse.
 - (a) Quelle est la loi de X . 0.5

 - (b) Quelle est la probabilité d'avoir exactement 5 bonnes réponses ? On donnera la valeur approchée arrondi au dix-millième. 0.5

 - (c) Quelle est la probabilité d'avoir 9,5/10 à ce QCM ? 0.5

 - (d) Quelle est la note moyenne obtenue par un étudiant répondant au hasard au dix questions ? 0.5

3. On note n le nombre de questions posés à ce QCM. Déterminer le plus petit entier n tel que la probabilité d'avoir au moins une bonne réponse soit supérieur à 99,9%. 2

Exercice 320
min

Dériver les fonctions suivantes. Justifier brièvement.

1. $f(x) = \ln(\cos(x))$

1

2. $g(x) = \sqrt{\ln(\cos(x))}$

1

3. $h(x) = \frac{1}{\sqrt{\ln(\cos(x))}}$

1

Exercice 445
minLe but de cet exercice est d'étudier la fonction $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$.1. Donner le domaine de définition f .

0.5

2. Calculer les limites suivantes. Aucune justification n'est attendue.

2

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

3. En déduire l'existence d'asymptotes.

0.5

4. Calculer f' la dérivé de f .

1

5. En déduire les variations de f . 1
6. Montrer que l'équation $f(x) = \pi$ admet une unique solution α dont on déterminera un encadrement à 10^{-3} . 0.5
7. Calculer la valeur exacte de α . 1
8. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction f . 0.5

Exercice 5

30
min

Le but du problème est d'étudier la fonction $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - 1}$

Partie A. On considère la fonction $g(x) = xe^x + 1$ définie sur \mathbb{R} .

1. Déterminer la valeur exacte et la valeur approchée au centième de $g(-1)$. 0.5
2. Calculer $g'(x)$. 1

3. Dresser le tableau de variation de la fonction g . Il n'est pas nécessaire de calculer les limites. 0.5

4. En déduire le signe de la fonction g . 0.5

Partie B.

1. Quel est le domaine de définition de la fonction f . Justifier brièvement. 0.5

2. Calcul des limites.

(a) Déterminer la limite de f en $-\infty$. 0.5

(b) Montrer que $f(x) = \frac{1 + \frac{x}{e^x}}{1 - \frac{1}{e^x}}$. En déduire la limite de f en $+\infty$. Justifier. 0.5

(c) Déterminer les limites en 0^+ et 0^- . Aucune justification n'est attendue. 0.5

(d) Conclure sur l'éventuelle existence d'asymptote, horizontale ou verticale, de la courbe représentative de la fonction f . 0.5

3. Montrer que $f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$. 0.5

4. dresser le tableau de variation de f . 0.5

5. Montrer que la droite d'équation $y = -x$ est une asymptote oblique à la courbe représentative de la fonction f en $-\infty$. 1

6. Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f en -1 . 0.5

Exercice 6

45
min

[Extrait du BAC S - Amérique du sud - 2017]

Le but du problème est d'étudier sur $]0; +\infty[$ la fonction $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2 - 3\ln(x)}{x}$

1. Soit φ la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $\varphi(x) = x^2 - 1 + 3\ln(x)$

(a) Calculer $\varphi(1)$ et la limite de φ en 0.

1

(b) Étudier les variations de φ sur $]0; +\infty[$. En déduire le signe de $\varphi(x)$ selon les valeurs de x .

1

2. (a) Calculer les limites de f aux bords de son domaine de définition.

0.5

(b) Montrer que sur $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{\varphi(x)}{x^2}$. En déduire le tableau de variation de f .

1

(c) Prouver que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]0; 1[$ dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} .

On admettra que l'équation $f(x) = 0$ a également une unique solution β sur $]1; +\infty[$ avec $\beta \simeq 10^{-2}$.

0.5

3. Dresser le tableau de variation, sur $]0; +\infty[$ de la fonction

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2\ln(x) - \frac{3}{2}(\ln(x))^2$$

1

Exercice 7

∞
min

Il s'agit d'un *garam*. Il faut remplir chacune des cases vide par un chiffre en s'assurant que les égalités en lignes et colonnes soient respectées. A noter que les nombres à deux chiffres ne commencent jamais par 0.

x + =		8 - =	
8 x =	9 + =	8 x =	3 + =
+ =	7 - =	x =	2 - =
+ x =	x x 2 =	6 + =	x + =
= =	3 =	4 =	4 =
+ 5 =		+ =	

Exercice 8

5
min

Comme vous l'aurez remarqué le barème de chaque question et exercice se trouve dans la marge de droite. L'idée ici est de vous auto évaluer en estimant la note sur 32,5 que vous allez obtenir. Cela permettra d'observer votre capacité à évaluer votre propre travail.

Si la note obtenue et la note estimée ne diffère pas plus de trois points, vous bénéficierez d'un bonus de 1 point sur votre note. Sinon vous hériterez d'un malus de 1 point.

Note estimée à plus ou moins 3 points : _____ / 32,5