



**Première partie. Résultats préliminaires**

1. Appliquer l'algorithme de filtration par les couches du graphe  $\mathcal{G}$ . Donner une bonne numérotation ainsi que les 5 niveaux de sources. 1.5

Sommets	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$	$u_9$	$u_{10}$	$u_{11}$	$u_{12}$
Numérotation												

$$\text{src}_1 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{src}_2 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{src}_3 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{src}_4 = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\text{src}_5 = \{ \quad \quad \quad \}$$

2. Donner une représentation sagittale de  $\mathcal{G}$  en couche. 0.5

3. Donner la représentation matricielle de  $|\mathcal{G}|$  le graphe désorienté de  $\mathcal{G}$ . Vous pourrez laisser les cases vides à la place de 0. 0.5

	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$	$u_9$	$u_{10}$	$u_{11}$	$u_{12}$
$u_1$												
$u_2$												
$u_3$												
$u_4$												
$u_5$												
$u_6$												
$u_7$												
$u_8$												
$u_9$												
$u_{10}$												
$u_{11}$												
$u_{12}$												

4. Donner une représentation sagittale de  $|\mathcal{G}|$ . 0.5



8. Donner la valeur exacte de  $X(|\mathcal{G}|)$ , le nombre chromatique de  $|\mathcal{G}|$ . Justifier précisément. 0.5

9. Sans appliquer la recherche du noyau, expliquer pourquoi  $\mathcal{G}$  admet un noyau. 0.5

10. Sans justifier donner le noyau de  $\mathcal{G}$ . 1

**Seconde partie.** Les <sup>100</sup> retour de flamme


- Le *retour de flamme* correspond au transfert de l'intégralité du capital de flamme d'un utilisateur à un autre. Précisément si  $u_i$  a envoyé pendant  $x$  jours des snaps à  $u_j$  alors  $u_i$  peut vendre l'intégralité de ses  $x$  flammes à  $u_j$  qui pourra les apporter au crédit de n'importe lequel de ses propres contacts. Mais pour cela  $u_j$  doit payer  $x\text{€}$  à  $u_i$ .
- Un utilisateur atteint le *mode hundred* (<sup>100</sup>) s'il a envoyé pendant au moins 100 jours des snaps à un de ses contacts. Ce mode est compatible avec des retours de flammes.

Quel utilisateur arrivera au mode hundred en payant le moins chers? Justifier précisément. 2

**Troisième partie.** Le jeu des srapeurs influents.

On dira qu'un groupe d'utilisateur est *snap influent* si :

- Aucun des membres de ce groupe ne se sont échangés des snaps entre eux dernièrement.
- Tous les utilisateurs (de ce problème) qui ne sont pas *snap influent* ont envoyé dans les derniers jours des snaps à au moins un membre du groupe *snap influent*.

Si un utilisateur est dans le groupe snap influent et en mode hundred alors il lui est proposé de jouer à un jeu contre l'IA de snapchat : voler des flammes à trois contacts :  $u$ ,  $v$  et  $w$ . A tour de rôle ils vont voler exactement une flamme à un ou deux de ces contacts (mais pas au trois). Celui qui vole la dernière flamme (en tout) gagne le jeu. Les utilisateurs  $u$  et  $v$  ont deux flammes et l'utilisateur  $w$  n'en a qu'une. Si un srapeur influent gagne la partie il peut modifier la couleur de l'interface de tous les utilisateurs du réseau. S'il y arrive sans que deux utilisateurs qui s'échangeant des snaps n'ai la même couleur d'interface, il gagne un *bisou* (). Cependant l'achat d'une couleur est de 25€ par couleur (une fois achetée cette couleur peut être utilisée par plusieurs utilisateurs).

1. Qui sont les utilisateurs snap influent? Justifier. 1

2. A quel membre de ce groupe il pourra être proposé le jeu des snapeurs influents?

0.5

3. On modélise le jeu par un graphe où les sommets sont les triplet  $(u, v, w)$  représentant le nombre de flamme de chacun des utilisateurs concernés. Une arête de ce graphe correspond à un coup d'un joueur (suppression d'une flamme).

(a) Ce graphe a 18 sommets. Donner la liste de ces 18 sommets classés dans l'ordre lexicographique. 0.5

$s_1 = (0; 0; 0)$        $s_4 =$                        $s_7 =$                        $s_{10} =$                        $s_{13} =$                        $s_{16} =$   
 $s_2 = (0; 0; 1)$        $s_5 =$                        $s_8 =$                        $s_{11} =$                        $s_{14} =$                        $s_{17} = (2; 2; 0)$   
 $s_3 =$                        $s_6 =$                        $s_9 =$                        $s_{12} =$                        $s_{15} =$                        $s_{18} = (2; 2; 1)$

(b) Donner la matrice booléenne de ce graphe. NE PAS FAIRE APPARAÎTRE LES 0. 2

	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_9$	$s_{10}$	$s_{11}$	$s_{12}$	$s_{13}$	$s_{14}$	$s_{15}$	$s_{16}$	$s_{17}$	$s_{18}$
$s_1$																		
$s_2$																		
$s_3$																		
$s_4$																		
$s_5$																		
$s_6$																		
$s_7$																		
$s_8$																		
$s_9$																		
$s_{10}$																		
$s_{11}$																		
$s_{12}$																		
$s_{13}$																		
$s_{14}$																		
$s_{15}$																		
$s_{16}$																		
$s_{17}$																		
$s_{18}$																		

4. Quelle stratégie adopter pour gagner au jeu. Qui doit commencer? Comment doit se dérouler la partie? 1

5. Si un snapeur influent joue à ce jeu, combien paiera-t-il au minimum pour avoir un bisou? Justifier précisément.

1

**Quatrième partie.** L'automate subliminale (I).

Lorsque vous envoyez certaines syllabes parmi NE, GI, AU et BER à un de vos contacts vous pouvez changer l'état de son humeur (par l'intermédiaire de vidéos subliminales) : normal (N), triste (T), heureux (H), aigri (A) et énervé (E) dont le passage d'un état à l'autre est résumé ci-dessous.

	NE	GI	AU	BER
N	H	E	A	A
T	T	T	E	T
H	H	H	H	T
A	A	N	T	E
E	T	T	T	A

Par exemple, l'envoi de la syllabe BER à un contact dans un état normal deviens aigri.

Vous voulez rendre un de vos contacts heureux sachant qu'il est triste. On assimile ce modèle à un automate déterministe d'alphabet NE, GI, AU et BER.

1. Quels sont les états initiaux et finaux de cet automate? 0.5

2. Donner une représentation sagittale de cet automate 0.5

3. Quelle suite de syllabe faut-il envoyer pour garantir que votre contact sera heureux? 0.5

**Cinquième partie.** L'automate subliminale (II).

Un pirate informatique a modifié l'automate précédent et a détruit son caractère déterministe.

	NE	GI	AU	BER
→ N			T	
T	T	T	T	T, H
H	H	H, A	H	H
A	A, E	A	A	A
E →				

1. Appliquer l'algorithme de détermination et calculer  $\mathcal{A}_{det}$ . Donner sa représentation sagittale ci-dessous. 1

2. Expliquer pourquoi  $\mathcal{A}_{det}$  n'est pas complet. 0.5

3. Appliquer l'algorithme de complétion et rendez  $\mathcal{A}_{det}$  complet en ajoutant un état. Faites le apparaître en rouge dans la représentation sagittale précédente. 0.5

4. Quel est le langage reconnu par  $\mathcal{A}$ ? 1