

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

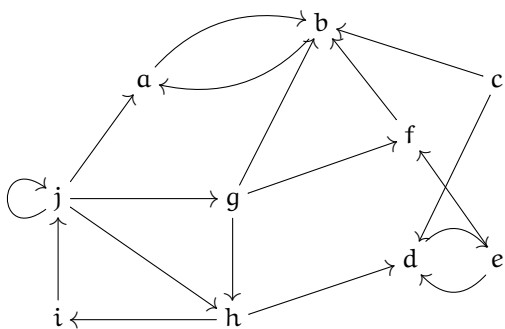
Graphes et langages

*Calculatrice, téléphone et documents ne sont pas autorisés.
Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.
En aucun cas il ne s'agit d'une feuille de brouillon.*

Exercice 1

10 min

Déterminer $\Gamma^{+4}(i, \mathcal{G})$ pour le graphe \mathcal{G} suivant.



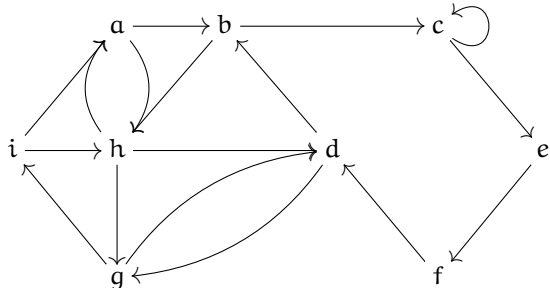
Som(\mathcal{G})	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Γ^{+0}										
Γ^{+1}										
Γ^{+2}										
Γ^{+3}										
Γ^{+4}										

$$\Gamma^{+4}(i, \mathcal{G}) = \{ \quad \quad \quad \}$$

Exercice 2

10 min

Déterminer $\Gamma^{-3}(c, \mathcal{G})$ pour le graphe \mathcal{G} suivant.

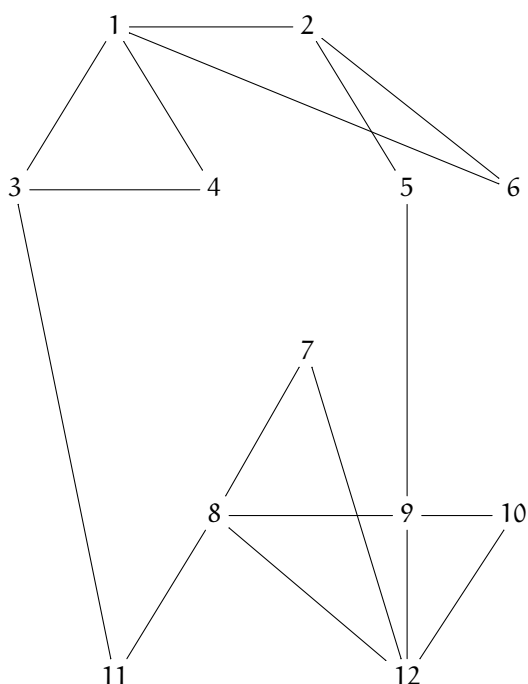


Som(\mathcal{G})	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Γ^{+0}										
Γ^{-1}										
Γ^{-2}										
Γ^{-3}										

$$\Gamma^{-3}(c, \mathcal{G}) = \{ \quad \quad \quad \}$$

Exercice 3

10 min



1. Existe-t-il un circuit eulérien dans ce graphe? Justifier.

2. Existe-t-il une chaîne eulérienne dans ce graphe? Justifier.

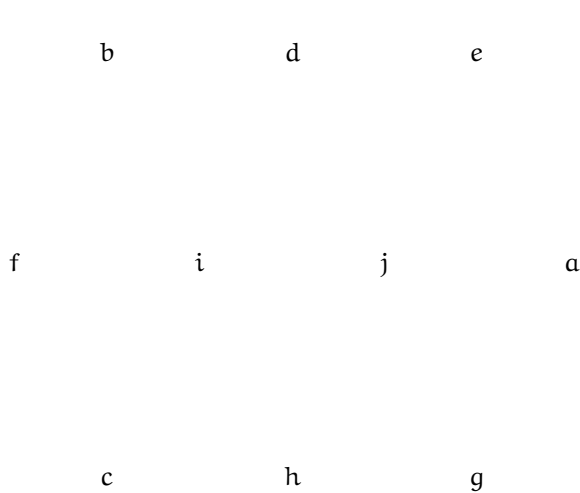
Exercice 4

30
min

Soit \mathcal{G} le graphe orienté tel que $\text{Som}(\mathcal{G}) = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ et

$\text{Arc}(\mathcal{G}) = \{(a, c), (a, g), (b, f), (c, h), (d, b), (d, h), (e, a), (e, d), (e, j), (f, b), (f, i), (g, e), (g, h), (h, i), (i, c), (j, g)\}$

1. Donner la représentation sagittale de \mathcal{G} ainsi que sa matrice booléenne; on pourra se contenter de ne placer que les 1.



	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
a										
b										
c										
d										
e										
f										
g										
h										
i										
j										

2. Déterminer les 4 composantes connexes fortes de \mathcal{G} .

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Γ^+										
Γ^-										

$$\text{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Γ^+										
Γ^-										

$$\text{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Γ^+										
Γ^-										

$$\text{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Γ^+										
Γ^-										

$$\text{CCF}(\quad, \mathcal{G}) = \{ \quad \}$$

3. Dessiner le graphe réduit de \mathcal{G} .

Exercice 5

Dans cet exercice, on cherche à déterminer tous les graphes \mathcal{G} satisfaisants les contraintes suivantes :

Som(\mathcal{G})	a	b	c	d	e
$d^{+1}(x, \mathcal{G})$	1	0	4	1	1
$d^{-1}(x, \mathcal{G})$	1	3	1	0	2

1. Indiquer dans la matrice ci-dessous, tous les coefficients déterminés sans faire d'hypothèse supplémentaire :

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

2. Vérifier qu'il existe exactement un graphe solution satisfaisant $(a, b) \notin \text{Arc}(\mathcal{G})$. On donnera sa matrice en complétant le graphe ci-dessous.

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

3. Vérifier qu'il existe exactement un graphe solution satisfaisant $(d, b) \notin \text{Arc}(\mathcal{G})$. On donnera sa matrice en complétant le graphe ci-dessous.

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

4. Vérifier qu'il existe exactement un graphe solution satisfaisant $(e, b) \notin \text{Arc}(\mathcal{G})$. On donnera sa matrice en complétant le graphe ci-dessous.

	a	b	c	d	e
a					
b					
c					
d					
e					

5. Justifier que les trois graphes précédemment déterminés sont les seuls répondants aux contraintes initiales.

Exercice 6

Un groupe de 7 amis décide que chacun d'eux enverra un cadeau à 3 autres. Est-il possible que les cadeaux que chacun reçoit viennent exactement de ceux à qui il en a envoyé ? On justifiera précisément la réponse en donnant une configuration si la réponse est affirmative.