

Hill

Exercice 1

Calculer le déterminant de chacune des matrices suivantes. Identifier les matrices inversibles modulo 26 et donner leur inverse.

1. $A = \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

3. $C = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$

5. $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

7. $G = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

2. $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

4. $D = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$

6. $F = \begin{pmatrix} 12 & 13 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$

8. $I = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Exercice 2

Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont des clefs du cryptosystème de Hill de dimension 2 par paquet de n ?

1. $n = 1$ et $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

3. $n = 2$ et $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

5. $n = 3$ et $E = \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

2. $n = 1$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

4. $n = 2$ et $D = \begin{pmatrix} 1 & 100 \\ 1001 & 1 \end{pmatrix}$

6. $n = 2$ et $F = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 13 \end{pmatrix}$

Exercice 3

Par un chiffrement de Hill de dimension 2 par paquet de 1, chiffrer le mot *MATH* avec $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ comme clef.

Exercice 4

Par un chiffrement de Hill de dimension 2 par paquet de 1, chiffrer le mot *KAAMELOT* avec $\begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 0 & 19 \end{pmatrix}$ comme clef

Exercice 5

On a utilisé un chiffrement de Hill de dimension 2 par paquet de 1 avec $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ comme clef pour obtenir *QMPPEXZVIKUL*. Quel était le message clair ?

Exercice 6

On a utilisé un chiffrement de Hill de dimension 3 par paquet de 1 avec $\begin{pmatrix} 8 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 11 \\ 0 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ comme clef pour obtenir *YNDKDUUHSLYZGEA*. Quel était le message clair ?